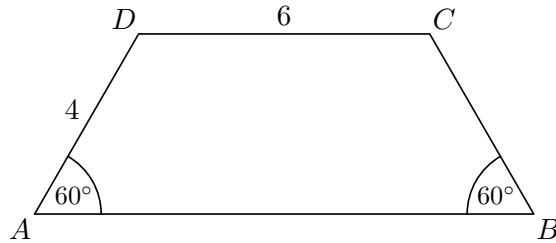


Zadania maturalne
Geometria na płaszczyźnie

Zad. 1 (2 pkt) (sierpień 2023 - zad. 24)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$, w którym podstawa CD ma długość 6, ramię AD ma długość 4, a kąty BAD oraz ABC mają miarę 60° (zobacz rysunek).



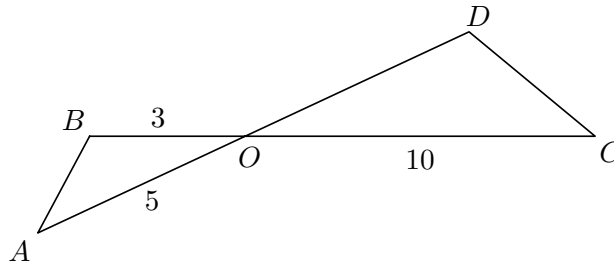
Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 2 (2 pkt) (maj 2023 - zad. 22)

Trójkąty prostokątne T_1 i T_2 są podobne. Przyprostokątne trójkąta T_1 mają długości 5 i 12. Przeciwprostokątna trójkąta T_2 ma długość 26. Oblicz pole trójkąta T_2 .

Zad. 3 (1 pkt) (pokazowy 2023 - zad. 18)

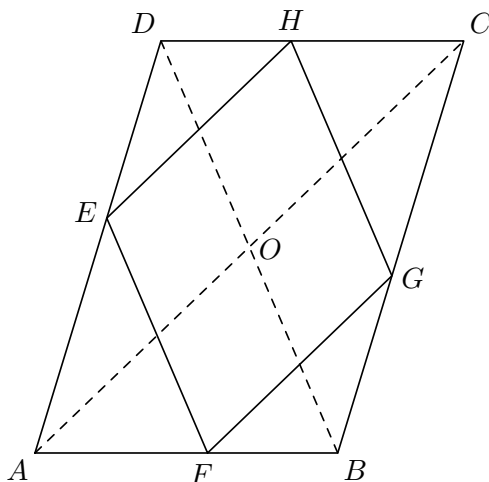
Odcinki AD i BC przecinają się w punkcie O . W trójkątach ABO i ODC zachodzą związki: $|AO| = 5$, $|BO| = 3$, $|OC| = 10$, $|\sphericalangle OAB| = |\sphericalangle OCD|$ (zobacz rysunek).



Oblicz długość boku OD trójkąta ODC .

Zad. 4 (2 pkt) (grudzień 2022 - zad. 23)

Przekątne równoległoboku $ABCD$ mają długości: $|AC| = 16$ oraz $|BD| = 12$. Wierzchołki E, F, G oraz H rombu $EFGH$ leżą na bokach równoległoboku $ABCD$ (zobacz rysunek). Boki tego rombu są równoległe do przekątnych równoległoboku.



Oblicz długość boku rombu $EFGH$.

Zad. 5 (2 pkt) (grudzień 2022 - zad. 24)

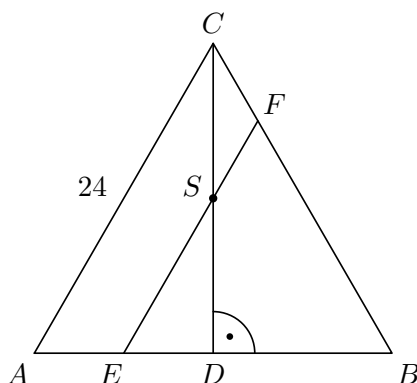
Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC| = 4$, $|AB| = 3$, $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$. Oblicz pole trójkąta ABC .

Zad. 6 (2 pkt) (wrzesień 2022 - zad. 21)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości 6, 7 oraz 8. Oblicz cosinus największego kąta tego trójkąta.

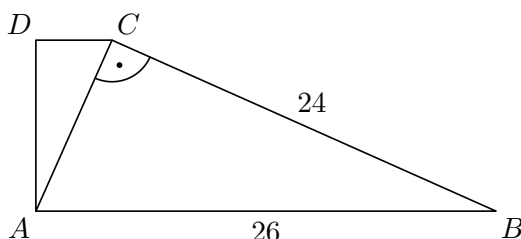
Zad. 7 (2 pkt) (sierpień 2022 - zad. 33)

Dany jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 24. Punkt E leży na boku AB , a punkt F – na boku BC tego trójkąta. Odcinek EF jest równoległy do boku AC i przechodzi przez środek S wysokości CD trójkąta ABC (zobacz rysunek). Oblicz długość odcinka EF .



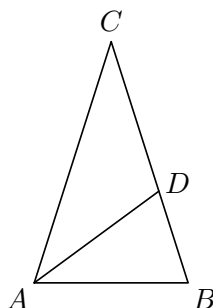
Zad. 8 (2 pkt) (czerwiec 2022 - zad. 33)

Dany jest trapez prostokątny $ABCD$. Podstawa AB tego trapezu jest równa 26, a ramię BC ma długość 24. Przekątna AC tego trapezu jest prostopadła do ramienia BC (zobacz rysunek). Oblicz długość ramienia AD .



Zad. 9 (2 pkt) (maj 2022 - zad. 33)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Dwusieczna kąta BAC przecina bok BC w takim punkcie D , że trójkąty ABC i BDA są podobne (zobacz rysunek). Oblicz miarę kąta BAC .



Zad. 10 (2 pkt) (czerwiec 2021 - zad. 33)

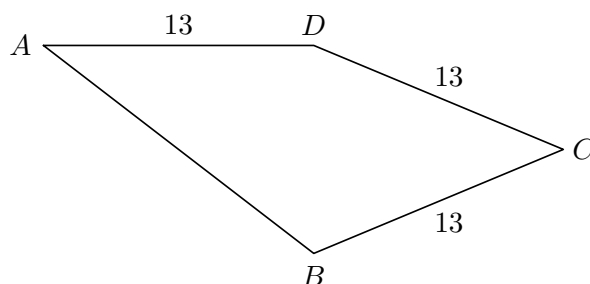
W trójkącie ABC boki BC i AC są równej długości. Prosta k jest prostopadła do podstawy AB tego trójkąta i przecina boki AB oraz BC w punktach – odpowiednio – D i E . Pole czworokąta $ADEC$ jest 17 razy większe od pola trójkąta BED . Oblicz $\frac{|CE|}{|EB|}$.

Zad. 11 (2 pkt) (maj 2021 - zad. 33)

Trójkąt równoboczny ABC ma pole równe $9\sqrt{3}$. Prosta równoległa do boku BC przecina boki AB i AC – odpowiednio – w punktach K i L . Trójkąty ABC i AKL są podobne, a stosunek długości boków tych trójkątów jest równy $\frac{3}{2}$. Oblicz długość boku trójkąta AKL .

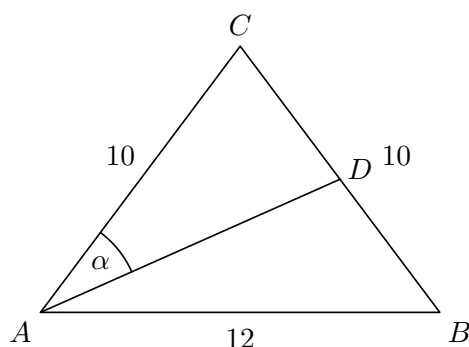
Zad. 12 (2 pkt) (marzec 2021 - zad. 33)

Dany jest czworokąt $ABCD$, w którym $|BC| = |CD| = |AD| = 13$ (zobacz rysunek). Przekątna BD tego czworokąta ma długość 10 i jest prostopadła do boku AD . Oblicz pole czworokąta $ABCD$.



Zad. 13 (4 pkt) (sierpień 2020 - zad. 32)

Dany jest trójkąt równoramienny ABC , w którym podstawa AB ma długość 12, a każde z ramion AC i BC ma długość równą 10. Punkt D jest środkiem ramienia BC (zobacz rysunek).



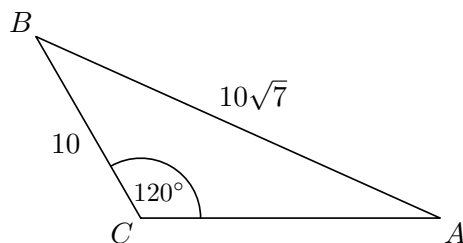
Oblicz sinus kąta α , jaki środkowa AD tworzy z ramieniem AC trójkąta ABC .

Zad. 14 (4 pkt) (sierpień 2019 - zad. 33)

Środek okręgu leży w odległości 10 cm od cięciwy tego okręgu. Długość tej cięciwy jest o 22 cm większa od promienia tego okręgu. Oblicz promień tego okręgu.

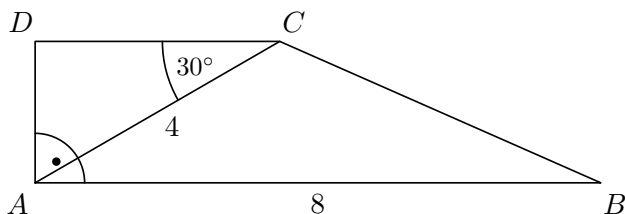
Zad. 15 (4 pkt) (czerwiec 2019 - zad. 34)

Dany jest trójkąt rozwartokątny ABC , w którym $\sphericalangle ACB$ ma miarę 120° . Ponadto wiadomo, że $|BC| = 10$ i $|AB| = 10\sqrt{7}$ (zobacz rysunek). Oblicz długość trzeciego boku trójkąta ABC .



Zad. 16 (2 pkt) (maj 2019 - zad. 31)

W trapezie prostokątnym $ABCD$ dłuższa podstawa AB ma długość 8. Przekątna AC tego trapezu ma długość 4 i tworzy z krótszą podstawą trapezu kąt o mierze 30° (zobacz rysunek). Oblicz długość przekątnej BD tego trapezu.



Zad. 17 (4 pkt) (sierpień 2018 - zad. 34)

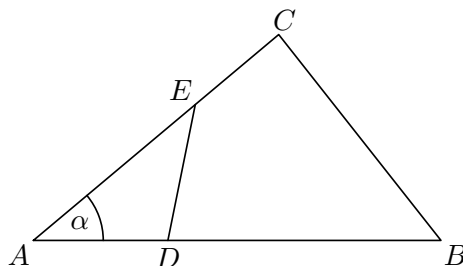
W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB .

Zad. 18 (4 pkt) (czerwiec 2017 - zad. 32)

Ramię trapezu równoramiennego $ABCD$ ma długość $\sqrt{26}$. Przekątne w tym trapezie są prostopadłe, a punkt ich przecięcia dzieli je w stosunku 2 : 3. Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 19 (4 pkt) (czerwiec 2016 - zad. 30)

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB| = 15$ i $|AC| = 12$ oraz $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \sphericalangle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD| = 2|AD|$ i $|AE| = 2|CE|$ (zobacz rysunek).

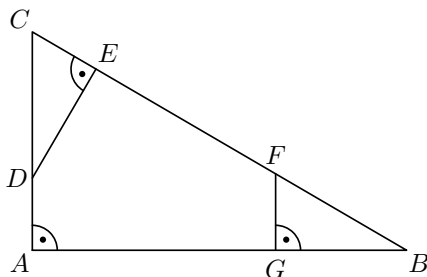


Oblicz pole

- a) trójkąta ADE .
- b) czworokąta $BCED$.

Zad. 20 (2 pkt) (maj 2016 - zad. 29)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G . Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że $|\sphericalangle DEC| = |\sphericalangle BGF| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG .

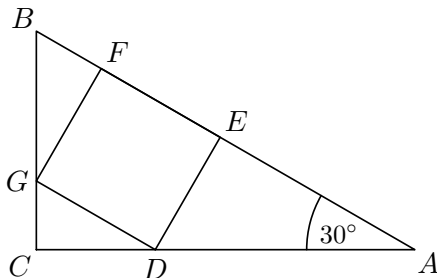


Zad. 21 (4 pkt) (maj 2016 - zad. 32)

Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 50° . Oblicz kąty tego trójkąta.

Zad. 22 (4 pkt) (maj 2014 - zad. 34)

Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ACB .



Zad. 23 (2 pkt) (marzec 2012 - zad. 24)

Podstawy trapezu prostokątnego mają długość 6 i 10 oraz tangens kąta ostrego jest równy 3. Oblicz pole tego trapezu.

Zad. 24 (2 pkt) (maj 2010 - zad. 31)

W trapezie prostokątnym krótsza przekątna dzieli go na trójkąt prostokątny i trójkąt równoboczny. Dłuższa podstawa trapezu jest równa 6. Oblicz obwód tego trapezu.

Zad. 25 (4 pkt) (styczeń 2003 - zad. 5)

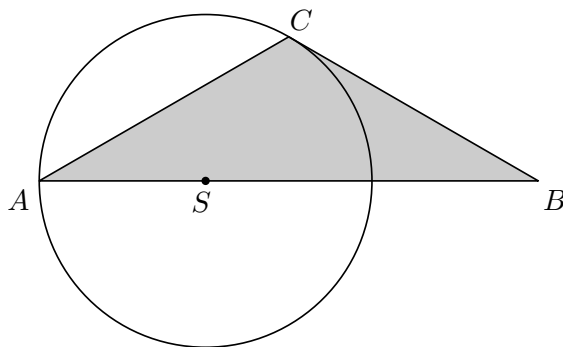
Dany jest trójkąt, którego dwa boki mają długości 8 cm i 12 cm, kąt zawarty między tymi bokami ma miarę 120° . Oblicz długość promienia okręgu opisanego na tym trójkącie.

Zad. 26 (2 pkt) (informator CKE)

W trójkącie ABC dane są długości dwóch boków $|AB| = 12$, $|BC| = 8$ oraz miara kąta $|\sphericalangle ABC| = 60^\circ$. Oblicz długość środkowej tego trójkąta, poprowadzonej z wierzchołka A .

Zad. 27 (4 pkt) (informator CKE)

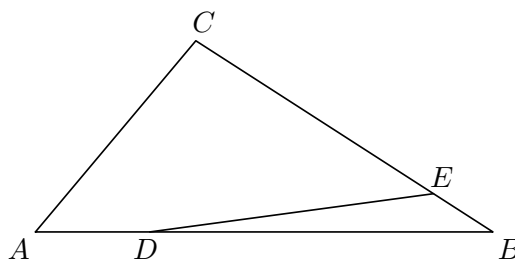
Wierzchołki A i C trójkąta ABC leżą na okręgu o promieniu r . Środek S tego okręgu leży na boku AB tego trójkąta (zobacz rysunek poniżej). Długości boków AB i AC są równe odpowiednio $|AB| = 3r$ oraz $|AC| = \sqrt{3}r$.



Oblicz miary wszystkich kątów trójkąta ABC .

Zad. 28 (3 pkt) (informator CKE)

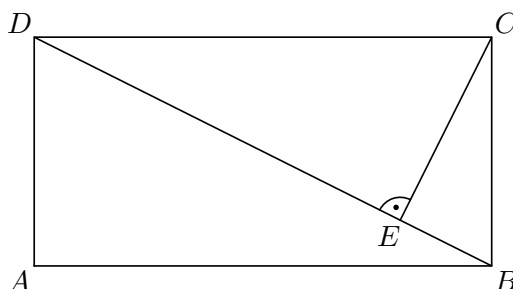
Dany jest trójkąt ABC . Na boku AB tego trójkąta wybrano punkt D , taki, że $|AD| = \frac{1}{4}|AB|$, a na boku BC wybrano taki punkt E , że $|BE| = \frac{1}{5}|BC|$ (zobacz rysunek poniżej). Pole trójkąta ABC jest równe 20.



Oblicz pole trójkąta DBE .

Zad. 29 (3 pkt) (informator CKE)

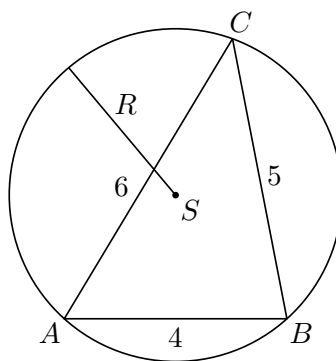
Dany jest prostokąt $ABCD$, w którym $|AD| = 2$. Kąt BDA ma miarę α , taką, że $\operatorname{tg} \alpha = 2$. Przekątna BD i prosta przechodząca przez wierzchołek C prostopadła do BD przecinają się w punkcie E (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka $|CE|$.

Zad. 30 (3 pkt) (informator CKE)

Dany jest trójkąt ABC o bokach długości: $|AB| = 4$, $|BC| = 5$, $|AC| = 6$. Na tym trójkącie opisano okrąg o środku w punkcie S i promieniu R .

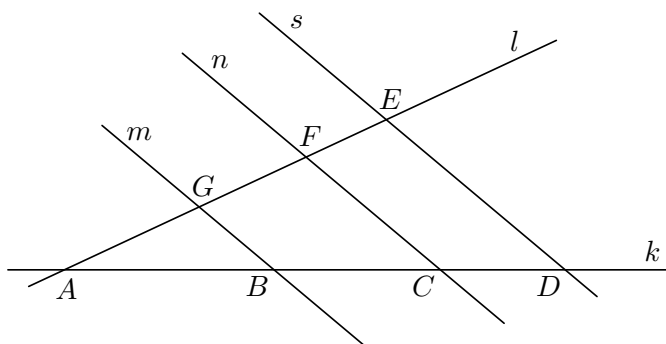


Oblicz promień R okręgu opisanego na trójkącie ABC .

Zad. 31 (1 pkt) (informator CKE)

Proste k i l przecinają się w punkcie A . Proste m , n i s są do siebie równoległe i przecinają obie proste k i l w punktach B, C, D, E, F, G (zobacz rysunek poniżej), w taki sposób, że:

$$|BC| = 30, \quad |CD| = 20, \quad |GF| = 21$$



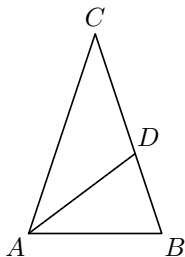
Oblicz długość odcinka FE .

Zad. 32 (2 pkt) (informator CKE)

W trójkącie równoramiennym ABC , w którym $|AC| = |BC| = 10$ cm, wysokość poprowadzona z wierzchołka C jest równa 5 cm. Oblicz miary kątów tego trójkąta. Odpowiedź podaj w stopniach.

Zad. 33 (2 pkt) (informator CKE)

Punkt D leży na boku BC trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC|$. Odcinek $|AD|$ dzieli trójkąt ABC na dwa trójkąty równoramienne w taki sposób, że $|AB| = |AD| = |CD|$ (patrz rysunek). Oblicz miary kątów trójkąta ABC .



Zad. 34 (2 pkt) (informator CKE)

Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AB| = 24$ i $|AC| = |BC| = 13$.

Zad. 35 (2 pkt) (informator CKE)

Liczby 4, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c .

Zad. 36 (2 pkt) (informator CKE)

Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta równoramiennego. Oblicz c .

Zad. 37 (2 pkt) (informator CKE)

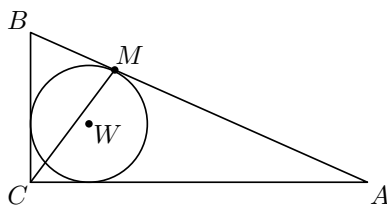
Liczby 6, 10, c są długościami boków trójkąta prostokątnego. Oblicz c .

Zad. 38 (2 pkt) (informator CKE)

Obwód czworokąta wypukłego $ABCD$ jest równy 50 cm. Obwód trójkąta ABD jest równy 46 cm, a obwód trójkąta BCD jest równy 36 cm. Oblicz długość przekątnej BD .

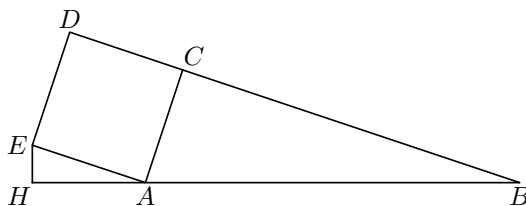
Zad. 39 (3 pkt) (informator CKE)

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|BC| = 30$, $|AC| = 40$, $|AB| = 50$. Punkt W jest środkiem okręgu wpisanego w ten trójkąt. Okrąg wpisany w trójkąt ABC jest styczny do boku AB w punkcie M . Oblicz długość odcinka CM .



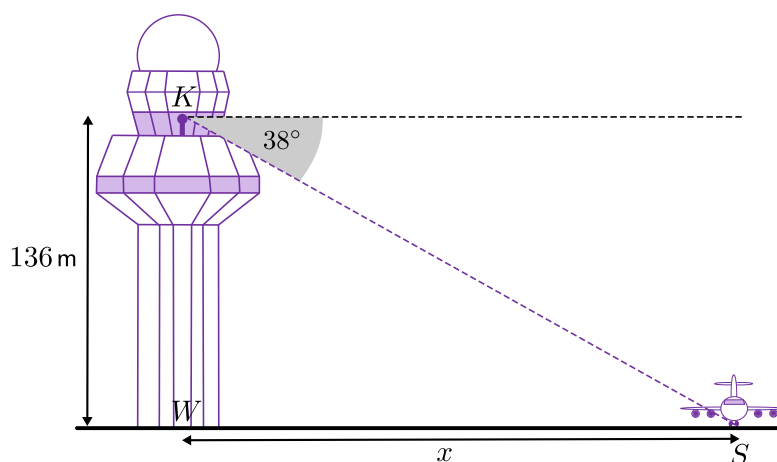
Zad. 40 (3 pkt) (informator CKE)

Na zewnątrz trójkąta prostokątnego ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$ oraz $|AC| = 5$, $|BC| = 12$ zbudowano kwadrat $ACDE$ (patrz rysunek). Punkt H leży na prostej AB i kąt $|\sphericalangle EHA| = 90^\circ$. Oblicz pole trójkąta HAE .



Zad. 41 (3 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 36)

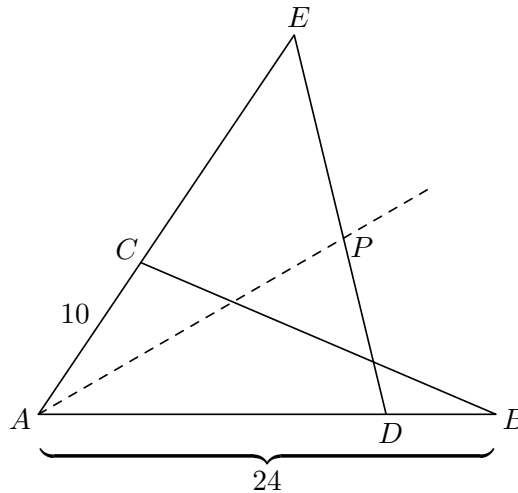
Z okna wieży kontroli lotów widać startujący samolot S pod kątem 38° do poziomu. Kontroler K znajduje się na wysokości 136 m od płyty lotniska (zobacz rysunek).



Oblicz odległość x samolotu S od podstawy W tej wieży. Wynik podaj w zaokrągleniu do pełnych metrów.

Informacja do zadań 37.1 i 37.2 (zbiór zadań CKE)

Dane są dwa trójkąty ABC i ADE o wspólnym kącie ostrym przy wierzchołku A . Ponadto $|AB| = 24$, $|AC| = 10$ (zobacz rysunek). Pole trójkąta ADE jest dwukrotnie większe od pola trójkąta ABC .



Zad. 42 (2 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 37.1)

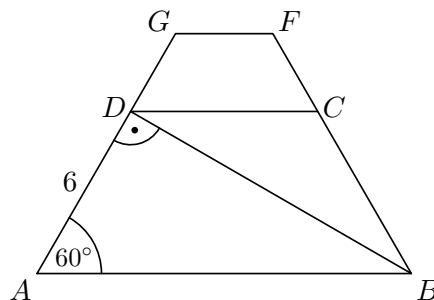
Dwusieczna kąta BAC przecina odcinek DE w punkcie P , takim że $\frac{|DP|}{|PE|} = \frac{3}{4}$. Oblicz długości boków AD i AE trójkąta ADE .

Zad. 43 (3 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 37.2)

Pole trójkąta ABC jest równe 72. Oblicz długość boku BC trójkąta ABC .

Zad. 44 (4 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 43)

Dany jest trapez równoramienny $ABCD$ o podstawach AB i CD , gdzie $|AB| > |CD|$. Kąt ostry tego trapezu ma miarę 60° , a przekątna jest prostopadła do ramienia, którego długość jest równa 6. Oba ramiona tego trapezu przedłużono, otrzymując trapez $DCFG$ podobny do trapezu $ABCD$ (zobacz rysunek).



Oblicz pole trapezu $DCFG$.

Odpowiedzi

Zad. 1 $16\sqrt{3}$	Zad. 2 120	Zad. 3 6	Zad. 4 $6\frac{6}{7}$	Zad. 5 $3\frac{3}{5}$	Zad. 6 $\frac{1}{4}$	Zad. 7 $ EF = 18$	Zad. 8 $9\frac{3}{13}$	Zad. 9 72°
Zad. 10 2	Zad. 11 4	Zad. 12 125	Zad. 13 $\sin \alpha = \frac{24\sqrt{97}}{485}$	Zad. 14 26	Zad. 15 $ AC = 20$	Zad. 16 $2\sqrt{17}$		
Zad. 17 30	Zad. 18 $P = 25$	Zad. 19 a) $P = 12$ b) $P = 42$	Zad. 20 -	Zad. 21 $26^\circ, 76^\circ, 78^\circ$	Zad. 22 $P = 4 + \frac{19\sqrt{3}}{6}$	Zad. 23 $P = 96$		
Zad. 24 $15 + 3\sqrt{3}$	Zad. 25 $\frac{4\sqrt{57}}{3}\text{cm}$	Zad. 26 $4\sqrt{7}$	Zad. 27 $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$	Zad. 28 3	Zad. 29 $\frac{4\sqrt{5}}{5}$	Zad. 30 $\frac{8\sqrt{7}}{7}$		
Zad. 31 14	Zad. 32 $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$	Zad. 33 $72^\circ, 72^\circ, 36^\circ$	Zad. 34 60	Zad. 35 $c = 10$	Zad. 36 $c = 10$ lub $c = 6$			
Zad. 37 $c = 8$ lub $c = 2\sqrt{34}$	Zad. 38 16 cm	Zad. 39 $2\sqrt{145}$	Zad. 40 $4\frac{74}{169}$	Zad. 41 174 m	Zad. 42 $ AD = 6\sqrt{10},$ $ AE = 8\sqrt{10}$	Zad. 43 $2\sqrt{73}$		
Zad. 44 $\frac{27\sqrt{3}}{4}$								