

Zadania maturalne
Graniastosłupy i ostrosłupy

Zad. 1 (1 pkt) (sierpień 2023 - zad. 29.2)

Każda krawędź graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego ma długość równą 6. Oblicz cosinus kąta nachylenia dłuższej przekątnej tego graniastosłupa do płaszczyzny podstawy graniastosłupa.

Zad. 2 (1 pkt) (czerwiec 2023 - zad. 29.1)

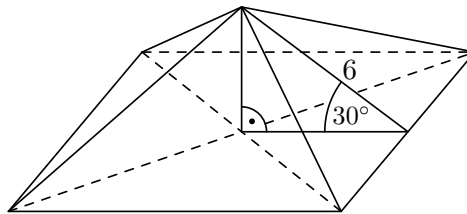
Dany jest ostrosłup, którego podstawą jest kwadrat o boku 6. Jedna z krawędzi bocznych tego ostrosłupa ma długość 12 i jest prostopadła do płaszczyzny podstawy.

Uzupełnij zdanie. Wpisz odpowiednią wartość liczbową w wykropkowanym miejscu.

Objętość tego ostrosłupa jest równa

Zad. 3 (4 pkt) (maj 2023 - zad. 26)

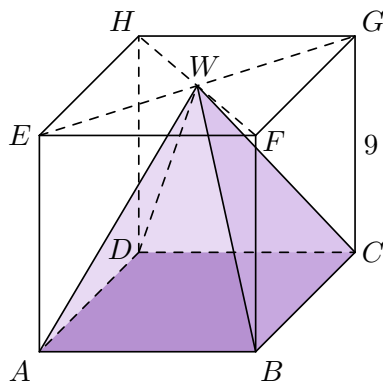
Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° i ma długość równą 6 (zobacz rysunek).



Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa.

Zad. 4 (2 pkt) (grudzień 2022 - zad. 30.2)

Dany jest sześcian $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 9. Wierzchołki podstawy $ABCD$ sześcianu połączono odcinkami z punktem W , który jest punktem przecięcia przekątnych podstawy $EFGH$. Otrzymano w ten sposób ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCDW$ (zobacz rysunek).



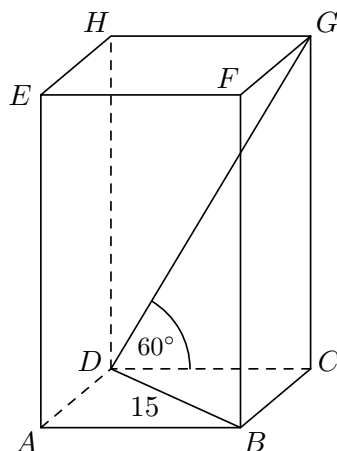
Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej ostrosłupa do płaszczyzny podstawy.

Zad. 5 (3 pkt) (wrzesień 2022 - zad. 25)

Każda z krawędzi podstawy trójkątnej ostrosłupa ma długość $10\sqrt{3}$, a każda jego krawędź boczna ma długość 15. Oblicz wysokość tego ostrosłupa.

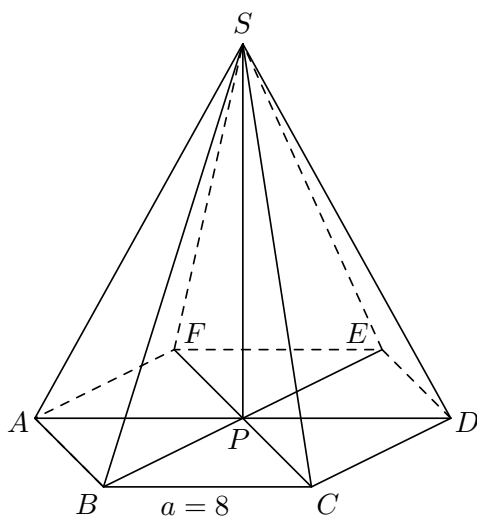
Zad. 6 (5 pkt) (sierpień 2022 - zad. 35)

Dany jest graniastosłup prosty $ABCDEFGH$, którego podstawą jest prostokąt $ABCD$. W tym graniastosłupie $|BD| = 15$, a ponadto $|CD| = 3 + |BC|$ oraz $|\sphericalangle CDG| = 60^\circ$ (zobacz rysunek). Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa.



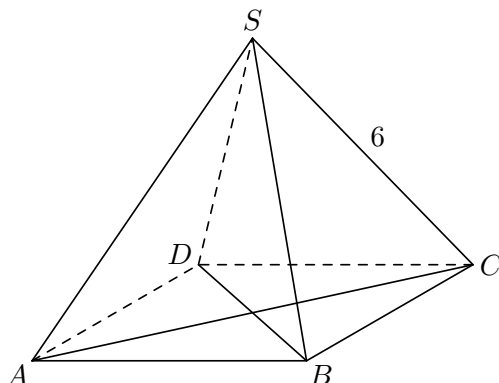
Zad. 7 (5 pkt) (czerwiec 2020 - zad. 34)

W ostrosłupie prawidłowym sześciokątnym $ABCDEF S$, którego krawędź podstawy a ma długość 8 (zobacz rysunek), ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60^\circ$. Oblicz cosinus kąta między krawędzią boczną a płaszczyzną podstawy tego ostrosłupa.



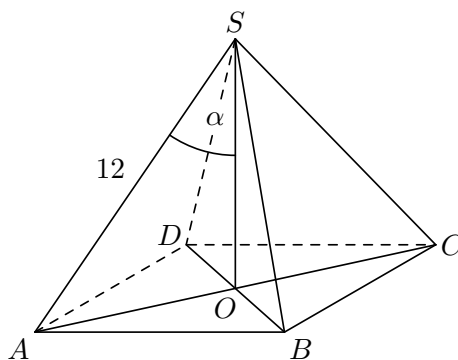
Zad. 8 (5 pkt) (maj 2020 - zad. 34)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny $ABCD S$, którego krawędź boczna ma długość 6 (zobacz rysunek). Ściana boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem, którego tangens jest równy $\sqrt{7}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



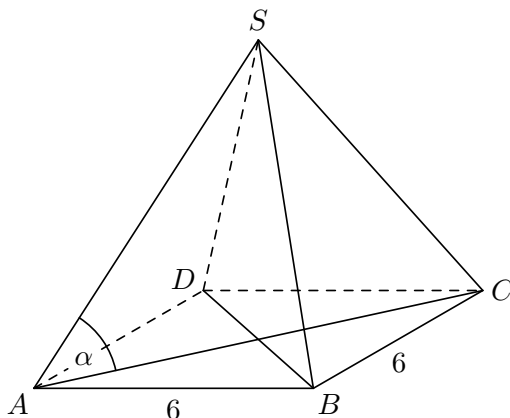
Zad. 9 (5 pkt) (sierpień 2019 - zad. 34)

Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest równa 12 (zobacz rysunek). Krawędź boczna tworzy z wysokością tego ostrosłupa kąt α taki, że $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



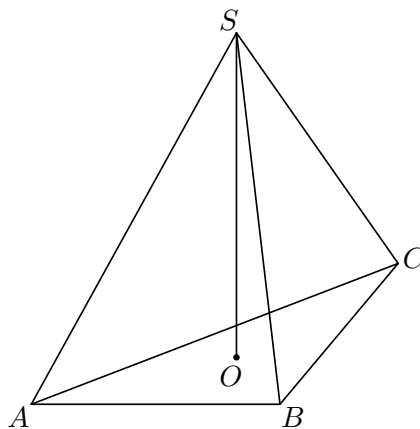
Zad. 10 (5 pkt) (maj 2019 - zad. 34)

Długość krawędzi podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 6. Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest cztery razy większe od pola jego podstawy. Kąt α jest kątem nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (zobacz rysunek). Oblicz cosinus kąta α .



Zad. 11 (5 pkt) (sierpień 2018 - zad. 32)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym $ABCS$ krawędź podstawy ma długość a . Pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa jest dwa razy większe od pola jego podstawy. Oblicz cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej tego ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy.

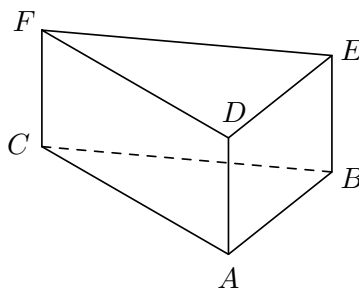


Zad. 12 (5 pkt) (czerwiec 2018 - zad. 32)

Dany jest ostrosłup prawidłowy czworokątny o wysokości $H = 16$. Cosinus kąta nachylenia krawędzi bocznej do płaszczyzny podstawy tego ostrosłupa jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

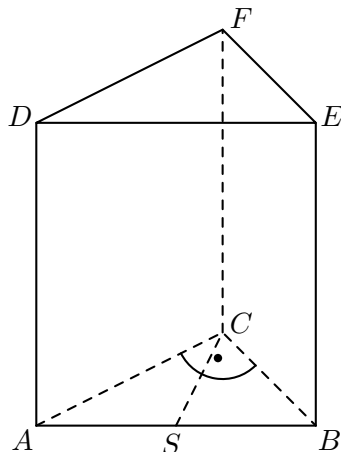
Zad. 13 (4 pkt) (maj 2018 - zad. 34)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny (zobacz rysunek). Pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa jest równe $45\sqrt{3}$. Pole podstawy graniastosłupa jest równe polu jednej ściany bocznej. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



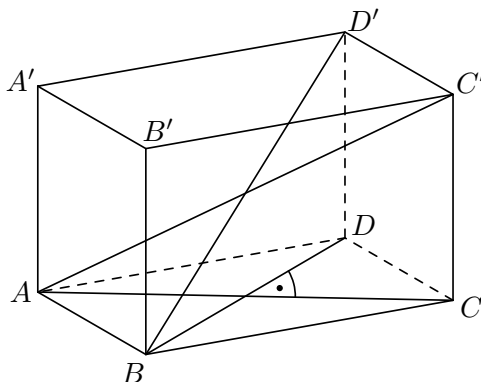
Zad. 14 (5 pkt) (sierpień 2017 - zad. 34)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCDEF$ jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\sphericalangle ACB| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Stosunek długości przyprostokątnej AC tego trójkąta do długości przyprostokątnej BC jest równy $4 : 3$. Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC , a długość odcinka SC jest równa 5. Pole ściany bocznej $BEFC$ graniastosłupa jest równe 48. Oblicz objętość tego graniastosłupa.



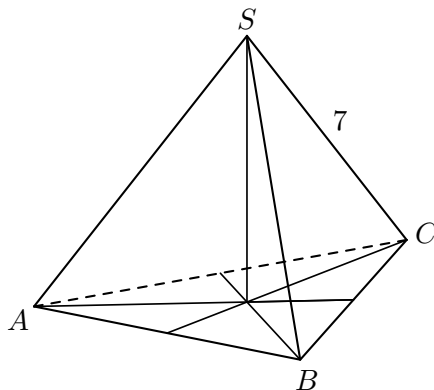
Zad. 15 (5 pkt) (czerwiec 2017 - zad. 34)

Podstawą graniastosłupa prostego $ABCD A' B' C' D'$ jest romb $ABCD$. Przekątna AC' tego graniastosłupa ma długość 8 i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° , a przekątna BD' jest nachylona do tej płaszczyzny pod kątem 45° . Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.



Zad. 16 (4 pkt) (sierpień 2016 - zad. 33)

Trójkąt równoboczny ABC jest podstawą ostrosłupa prawidłowego $ABC S$, w którym ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 60° , a krawędź boczna ma długość 7 (zobacz rysunek). Oblicz objętość tego ostrosłupa.

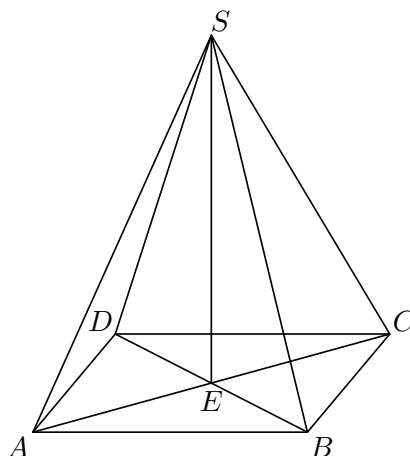


Zad. 17 (5 pkt) (maj 2016 - zad. 33)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC . Wysokość SO tego ostrosłupa jest równa wysokości jego podstawy. Objętość tego ostrosłupa jest równa 27. Oblicz pole powierzchni bocznej ostrosłupa $ABCS$ oraz cosinus kąta, jaki tworzą wysokość ściany bocznej i płaszczyzna podstawy tego ostrosłupa.

Zad. 18 (4 pkt) (sierpień 2015 - zad. 33)

Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest prostokąt, którego boki pozostają w stosunku 3 : 4, a pole jest równe 192 (zobacz rysunek). Punkt E jest wyznaczony przez przecinające się przekątne podstawy, a odcinek SE jest wysokością ostrosłupa. Każda krawędź boczna tego ostrosłupa jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Oblicz objętość ostrosłupa.

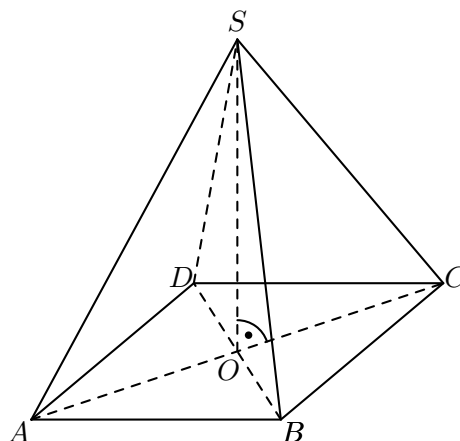


Zad. 19 (4 pkt) (maj 2015 - zad. 32)

Wysokość graniastosłupa prawidłowego czworokątnego wynosi 16. Przekątna graniastosłupa jest nachylona do płaszczyzny jego podstawy pod kątem, którego cosinus jest równy $\frac{3}{5}$. Oblicz pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

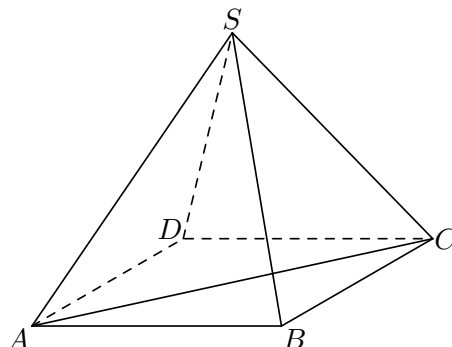
Zad. 20 (4 pkt) (sierpień 2014 - zad. 33)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego jest kwadrat. Wysokość ściany bocznej tego ostrosłupa jest równa 22, a tangens kąta nachylenia ściany bocznej ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy jest równy $\frac{4\sqrt{6}}{5}$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zad. 21 (4 pkt) (czerwiec 2014 - zad. 32)

W ostrosłupie prawidłowym czworokątnym $ABCD S$ (zobacz rysunek) przekątna AC podstawy ma długość $4\sqrt{2}$. Kąt ASC między przeciwległymi krawędziami bocznymi ostrosłupa ma miarę 60° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

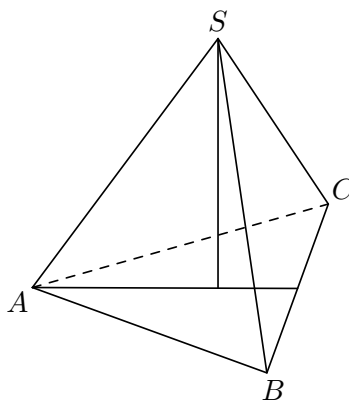


Zad. 22 (4 pkt) (maj 2014 - zad. 32)

Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu jest równe 198. Stosunek długości krawędzi prostopadłościanu wychodzącego z tego samego wierzchołka prostopadłościanu to $1 : 2 : 3$. Oblicz długość przekątnej tego prostopadłościanu.

Zad. 23 (4 pkt) (sierpień 2013 - zad. 34)

Objętość ostrosłupa prawidłowego trójkątnego $ABCS$ (tak jak na rysunku) jest równa 72, a promień okręgu wpisanego w podstawę ABC tego ostrosłupa jest równy 2. Oblicz tangens kąta między wysokością tego ostrosłupa i jego ścianą boczną.

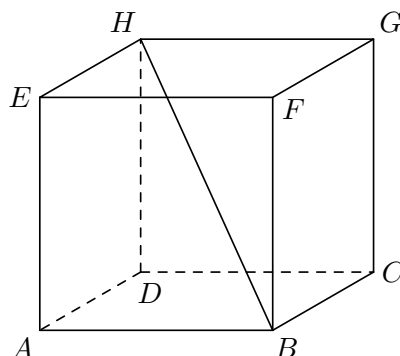


Zad. 24 (2 pkt) (sierpień 2013 - zad. 31)

Długość krawędzi sześcianu jest o 2 krótsza od długości jego przekątnej. Oblicz długość przekątnej tego sześcianu.

Zad. 25 (4 pkt) (czerwiec 2013 - zad. 32)

Podstawą graniastosłupa $ABCDEFGH$ jest prostokąt $ABCD$ (zobacz rysunek), którego krótszy bok ma długość 3. Przekątna prostokąta $ABCD$ tworzy z jego dłuższym bokiem kąt 30° . Przekątna HB graniastosłupa tworzy z płaszczyzną jego podstawy kąt 60° . Oblicz objętość tego graniastosłupa.



Zad. 26 (4 pkt) (maj 2013 - zad. 33)

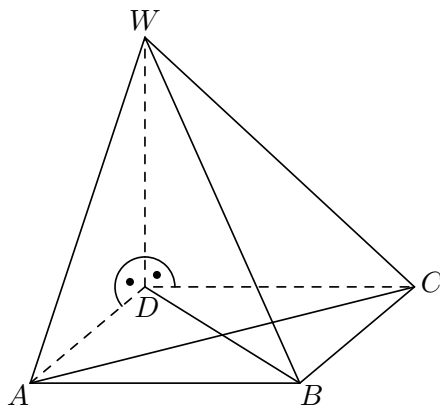
Pole podstawy ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równe 100 cm^2 , a jego pole powierzchni bocznej jest równe 260 cm^2 . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 27 (4 pkt) (marzec 2012 - zad. 30)

Podstawą ostrosłupa $ABCD S$ jest romb $ABCD$ o boku długości 4. Kąt ABC rombu ma miarę 120° , $|AS| = |CS| = 10$ i $|BS| = |DS|$. Oblicz sinus kąta nachylenia krawędzi BS do płaszczyzny podstawy ostrosłupa.

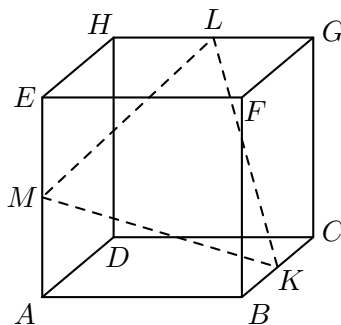
Zad. 28 (4 pkt) (sierpień 2011 - zad. 33)

Podstawą ostrosłupa $ABCD W$ jest prostokąt $ABCD$. Krawędź boczna DW jest wysokością tego ostrosłupa. Krawędzie boczne AW , BW i CW mają następujące długości: $|AW| = 6$, $|BW| = 9$, $|CW| = 7$. Oblicz objętość tego ostrosłupa.



Zad. 29 (4 pkt) (maj 2011 - zad. 33)

Punkty K , L i M są środkami krawędzi BC , GH i AE sześcianu $ABCDEFGH$ o krawędzi długości 1 (zobacz rysunek). Oblicz pole trójkąta KLM .

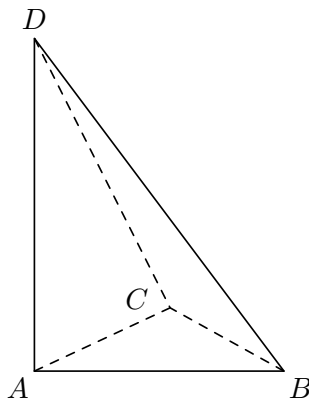


Zad. 30 (4 pkt) (sierpień 2010 - zad. 33)

Dany jest graniastosłup prawidłowy trójkątny $ABCDEF$ o podstawach ABC i DEF i krawędziach bocznych AD , BE i CF . Oblicz pole trójkąta ABF wiedząc, że $|AB| = 10$ i $|CF| = 11$. Narysuj ten graniastosłup i zaznacz na nim trójkąt ABF .

Zad. 31 (4 pkt) (maj 2010 - zad. 32)

Podstawą ostrosłupa $ABCD$ jest trójkąt ABC . Krawędź AD jest wysokością ostrosłupa (zobacz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa $ABCD$, jeśli wiadomo, że $|AD| = 12$, $|BC| = 6$, $|BD| = |CD| = 13$.

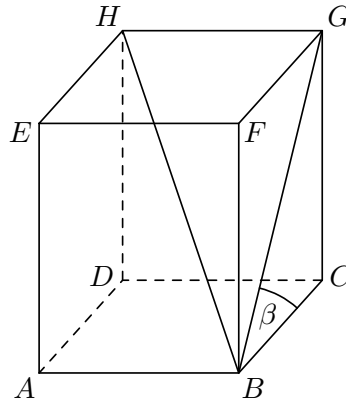


Zad. 32 (4 pkt) (informator CKE)

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{9}{7} \quad |BG| = 2 \cdot \sqrt{130} \quad |BH| = 2 \cdot \sqrt{194}$$

gdzie odcinek BH jest przekątną prostopadłościanu, odcinek BG jest przekątną ściany bocznej $BCGF$, β jest miarą kąta GBC . Sytuację ilustruje rysunek poniżej.



Oblicz pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu $ABCDEFGH$.

Zad. 33 (4 pkt) (informator CKE)

W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości m jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem α . Wiadomo, że $\sin \alpha = 0,2$. Wyznacz objętość tego graniastosłupa.

Zad. 34 (5 pkt) (informator CKE)

Wysokość ostrosłupa prawidłowego czworokątnego jest równa 8. Krawędź boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 40° . Oblicz objętość tego ostrosłupa.

Zad. 35 (5 pkt) (informator CKE)

Podstawą ostrosłupa $ABCS$ jest trójkąt równoboczny ABC o boku długości 8. Punkt D jest środkiem krawędzi AB , odcinek DS jest wysokością ostrosłupa. Krawędzie AS i BS mają długość 7. Oblicz długość krawędzi CS tego ostrosłupa.

Zad. 36 (5 pkt) (informator CKE)

Przekątna sześcianu ma długość 9. Oblicz pole powierzchni całkowitej sześcianu.

Zad. 37 (5 pkt) (informator CKE)

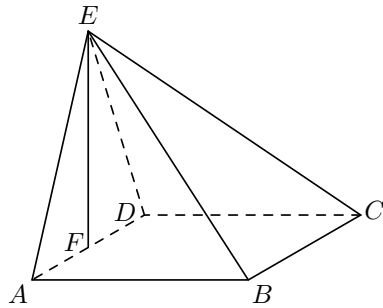
Oblicz sinus kąta między przekątną sześcianu a jego płaszczyzną podstawy.

Zad. 38 (5 pkt) (informator CKE)

Podstawą ostrosłupa prawidłowego czworokątnego $ABCD S$ jest kwadrat $ABCD$. Pole trójkąta równoramiennego ACS jest równe 120 oraz $|AC| : |AS| = 10 : 13$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.

Zad. 39 (4 pkt) (informator CKE)

Podstawą ostrosłupa $ABCDE$ jest kwadrat $ABCD$. Punkt F jest środkiem krawędzi AD , odcinek EF jest wysokością ostrosłupa (patrz rysunek). Oblicz objętość ostrosłupa, jeśli wiadomo, że $|AE| = 15$, $|BE| = 17$.



Odpowiedzi

Zad. 1 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	Zad. 2 144	Zad. 3 $V = 108, P_c = 108 + 72\sqrt{3}$	Zad. 4 $\frac{\sqrt{3}}{3}$	Zad. 5 $5\sqrt{5}$	Zad. 6 $V = 1296\sqrt{3}, P_b = 504\sqrt{3}$		
Zad. 7 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$	Zad. 8 $V = \frac{32\sqrt{7}}{3}$	Zad. 9 $\frac{512}{3}\sqrt{5}$	Zad. 10 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$	Zad. 11 $\frac{2\sqrt{7}}{7}$	Zad. 12 $P_b = 96\sqrt{41}$	Zad. 13 $V = 40\frac{1}{2}$	Zad. 14 $V = 192$
Zad. 15 $P_c = 16(\sqrt{3} + 4)$	Zad. 16 $V = 21\sqrt{7}$	Zad. 17 $P_b = 9\sqrt{30}; \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$		Zad. 18 $V = \frac{640\sqrt{3}}{3}$	Zad. 19 $144 + 384\sqrt{2}$		
Zad. 20 $V = \frac{3200\sqrt{6}}{3}$	Zad. 21 $V = \frac{32\sqrt{6}}{3}$	Zad. 22 $3\sqrt{14}$	Zad. 23 $\frac{\sqrt{3}}{9}$	Zad. 24 $3 + \sqrt{3}$	Zad. 25 $V = 162$	Zad. 26 $V = 400 \text{ cm}^3$	
Zad. 27 $\frac{\sqrt{506}}{23}$	Zad. 28 $V = 8\sqrt{10}$	Zad. 29 $P = \frac{3\sqrt{3}}{8}$	Zad. 30 $P=70.$	Zad. 31 $V = 48$	Zad. 32 1528	Zad. 33 $V = \frac{12}{125}m^3$	
Zad. 34 $V = \frac{1024}{3 \operatorname{tg}^2 40^\circ}$	Zad. 35 9	Zad. 36 162	Zad. 37 $\frac{\sqrt{3}}{3}$	Zad. 38 $20\sqrt{313}$	Zad. 39 $\frac{64\sqrt{209}}{3}$		