

Zadania maturalne
Wzór ciągu

Zad. 1 (2 pkt) (maj 2016 - zad. 30)

Ciąg (a_n) jest określony wzorem $a_n = 2n^2 + 2n$ dla $n \geq 1$. Wykaż, że suma każdych dwóch kolejnych wyrazów tego ciągu jest kwadratem liczby naturalnej.

Zad. 2 (3 pkt) (maj 2003 - zad. 6)

Ciąg (a_n) określony jest wzorem

$$\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = 2 \\ a_{n+2} = 2^{n-1} + a_n + a_{n+1} \quad \text{dla } n \in \mathbf{N} \setminus \{0\} \end{cases}$$

Wyznacz czwarty wyraz tego ciągu.

Zad. 3 (4 pkt) (maj 2005 - zad. 2)

Dany jest ciąg (a_n) , gdzie $a_n = \frac{n+2}{3n+1}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Wyznacz wszystkie wyrazy tego ciągu większe od $\frac{1}{2}$.

Zad. 4 (4 pkt) (wrzesień 2001 - zad. 8)

Ciąg liczbowy (a_n) jest określony wzorem $a_n = n + n^2$. Wykaż, że jest to ciąg rosnący.

Zad. 5 (2 pkt) (informator CKE)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem rekurencyjnym:

$$\begin{cases} a_1 = -2 \\ a_{n+1} = n \cdot a_n + 4 \end{cases}$$

dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu (a_n) .

Zad. 6 (2 pkt) (informator CKE)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = (-1)^n \frac{2-n}{n^2}$ dla $n = 1, 2, 3, \dots$. Oblicz a_2, a_4 i a_5 .

Zad. 7 (2 pkt) (informator CKE)

Ile wyrazów ujemnych ma ciąg (a_n) określony wzorem $a_n = n^2 - 2n - 24$ dla $n \geq 1$?

Odpowiedzi

Zad. 1	Zad. 2	Zad. 3	Zad. 4	Zad. 5	Zad. 6	Zad. 7
-	$a_4 = 8$	$a_1 = \frac{3}{4}$ $a_2 = \frac{4}{7}$	-	36	$a_2 = 0, a_4 = -\frac{1}{8}, a_5 = \frac{3}{25}$	5