

Zadania maturalne
Ciąg arytmetyczny

Zad. 1 (2 pkt) (sierpień 2023 - zad. 18)

Ciąg $(3x^2 + 5x, x^2, 20 - x^2)$ jest arytmetyczny. Oblicz x .

Zad. 2 (2 pkt) (maj 2023 - zad. 17)

Pan Stanisław spłacił pożyczkę w wysokości 8910 zł w osiemnastu ratach. Każda kolejna rata była mniejsza od poprzedniej o 30 zł. Oblicz kwotę pierwszej raty.

Zad. 3 (2 pkt) (sierpień 2022 - zad. 30)

Trójwyrazowy ciąg $(x, y - 4, y)$ jest arytmetyczny. Suma wszystkich wyrazów tego ciągu jest równa 6. Oblicz wszystkie wyrazy tego ciągu.

Zad. 4 (2 pkt) (maj 2022 - zad. 30)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, $a_1 = -1$ i $a_4 = 8$. Oblicz sumę stu początkowych kolejnych wyrazów tego ciągu.

Zad. 5 (2 pkt) (czerwiec 2021 - zad. 31)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla wszystkich liczb naturalnych $n \geq 1$. Suma dwudziestu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $20a_{21} + 62$. Oblicz różnicę ciągu (a_n) .

Zad. 6 (4 pkt) (sierpień 2019 - zad. 32)

W ciągu arytmetycznym $(a_1, a_2, \dots, a_{39}, a_{40})$ suma wyrazów tego ciągu o numerach parzystych jest równa 1340, a suma wyrazów ciągu o numerach nieparzystych jest równa 1400. Wyznacz ostatni wyraz tego ciągu arytmetycznego.

Zad. 7 (4 pkt) (maj 2019 - zad. 32)

Ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Różnicą tego ciągu jest liczba $r = -4$, a średnia arytmetyczna początkowych sześciu wyrazów tego ciągu: $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$, jest równa 16.

a) Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

b) Oblicz liczbę k , dla której $a_k = -78$.

Zad. 8 (2 pkt) (sierpień 2018 - zad. 30)

Dziewiąty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 34, a suma jego ośmiu początkowych wyrazów jest równa 110. Oblicz pierwszy wyraz i różnicę tego ciągu.

Zad. 9 (4 pkt) (czerwiec 2018 - zad. 33)

W ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla liczb naturalnych $n \geq 1$, wyraz szósty jest liczbą dwa razy większą od wyrazu piątego, a suma dziesięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa $S_{10} = \frac{15}{4}$. Oblicz wyraz pierwszy oraz różnicę tego ciągu.

Zad. 10 (2 pkt) (maj 2018 - zad. 31)

Dwunasty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równy 30, a suma jego dwunastu początkowych wyrazów jest równa 162. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zad. 11 (2 pkt) (sierpień 2017 - zad. 31)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla $n \geq 1$, w którym spełniona jest równość $a_{21} + a_{24} + a_{27} + a_{30} = 100$. Oblicz sumę $a_{25} + a_{26}$.

Zad. 12 (2 pkt) (czerwiec 2017 - zad. 30)

Suma trzydziestu początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, jest równa 30. Ponadto $a_{30} = 30$. Oblicz różnicę tego ciągu.

Zad. 13 (4 pkt) (sierpień 2016 - zad. 31)

Ciąg arytmetyczny (a_n) określony jest wzorem $a_n = 2016 - 3n$, dla $n \geq 1$. Oblicz sumę wszystkich dodatnich wyrazów tego ciągu.

Zad. 14 (5 pkt) (czerwiec 2016 - zad. 31)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2016$ oraz $a_5 + a_6 + a_7 + \dots + a_{12} = 2016$. Oblicz pierwszy wyraz, różnicę oraz najmniejszy dodatni wyraz ciągu (a_n) .

Zad. 15 (2 pkt) (sierpień 2014 - zad. 31)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla $n \geq 1$, w którym $a_5 = 22$ oraz $a_{10} = 47$. Oblicz pierwszy wyraz a_1 i różnicę r tego ciągu.

Zad. 16 (2 pkt) (czerwiec 2014 - zad. 29)

Liczby $6, 2x + 4, x + 26$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i trzecim wyrazem pewnego ciągu arytmetycznego. Oblicz różnicę r tego ciągu.

Zad. 17 (2 pkt) (sierpień 2011 - zad. 27)

Liczby $2x + 1, 6, 16x + 2$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zad. 18 (2 pkt) (maj 2011 - zad. 27)

Liczby $x, y, 19$ w podanej kolejności tworzą ciąg arytmetyczny, przy czym $x + y = 8$. Oblicz x i y .

Zad. 19 (2 pkt) (sierpień 2010 - zad. 28)

Piąty wyraz ciągu arytmetycznego jest równy 26, a suma pięciu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 70. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Zad. 20 (2 pkt) (listopad 2009 - zad. 30)

Wykaż, że dla każdego m ciąg $\left(\frac{m+1}{4}, \frac{m+3}{6}, \frac{m+9}{12}\right)$ jest arytmetyczny.

Zad. 21 (2 pkt) (informator CKE)

Dany jest ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym: $a_n = 4n - 9$ dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Wykaż, że ciąg (a_n) jest arytmetyczny.

Zad. 22 (2 pkt) (informator CKE)

W ciągu arytmetycznym (a_n) dane są wyrazy: $a_3 = 4, a_6 = 19$. Wyznacz wszystkie wartości n , dla których wyrazy ciągu (a_n) są mniejsze od 200.

Zad. 23 (3 pkt) (informator CKE)

Rozwiąż równanie $(2x + 1) + (2x + 4) + (2x + 7) + \dots + (2x + 28) = 155$, jeśli wiadomo, że składniki po lewej stronie są kolejnymi wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego.

Zad. 24 (2 pkt) (informator CKE)

Liczby $x - 2$, 3 , $x + 6$ są w podanej kolejności pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zad. 25 (2 pkt) (informator CKE)

Liczby 2 , $x - 3$, 8 są w podanej kolejności pierwszym, drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz x .

Zad. 26 (2 pkt) (informator CKE)

Wyrazami ciągu arytmetycznego (a_n) są kolejne liczby naturalne, które przy dzieleniu przez 5 dają resztę 2 . Ponadto $a_3 = 12$. Oblicz a_{15} .

Zad. 27 (2 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 31)

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Jego różnica jest równa 4 , a suma jego pierwszych pięciu wyrazów jest trzy razy mniejsza od sumy następnych pięciu wyrazów. Oblicz pierwszy wyraz tego ciągu.

Informacja do zadań 35.1 i 35.2 (zbiór zadań CKE)

Pani Joanna postanowiła systematycznie oszczędzać i co miesiąc na swoje subkonto odkładać pewną sumę pieniędzy. Pierwszego czerwca 2020 roku wpłaciła 300 złotych. Pierwszego dnia każdego kolejnego miesiąca wpłacała o 25 zł więcej niż w miesiącu poprzednim.

Zad. 28 (1 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 35.1)

Oblicz kwotę, jaką pani Joanna wpłaciła na subkonto pierwszego czerwca 2022 roku.

Zad. 29 (2 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 35.2)

Oblicz, o ile większą kwotę niż w miesiącu poprzednim pani Joanna powinna odkładać, aby pierwszego czerwca 2025 roku (uwzględniając również wpłatę w tym dniu) na subkoncie była kwota 76 860 złotych.

Odpowiedzi

Zad. 1 $x = -4$	Zad. 2 750 zł	Zad. 3 -2, 2, 6	Zad. 4 14750	Zad. 5 $-\frac{31}{105}$	Zad. 6 $a_{40} = 10$	Zad. 7 Odp. $a_1 = 26, k = 27$
---------------------------	-------------------------	---------------------------	------------------------	------------------------------------	--------------------------------	--

Zad. 8 $a_1 = -2, r = 4\frac{1}{2}$	Zad. 9 $a_1 = -\frac{3}{4}, r = \frac{1}{4}$	Zad. 10 -3	Zad. 11 $a_{25} + a_{26} = 50$	Zad. 12 $r = 2$	Zad. 13 676368
---	--	----------------------	--	---------------------------	--------------------------

Zad. 14 $a_1 = 567, r = -42$ $a_{14} = 21.$	Zad. 15 $a_1 = 2, r = 5$	Zad. 16 $r = 14$	Zad. 17 -	Zad. 18 $x = -1, y = 9$	Zad. 19 $a_1 = 2$
--	------------------------------------	----------------------------	---------------------	-----------------------------------	-----------------------------

Zad. 20 -	Zad. 21 -	Zad. 22 $n \in \{1, 2, 3, \dots, 42\}$	Zad. 23 $x = \frac{1}{2}$	Zad. 24 $x = 1$	Zad. 25 $x = 7$	Zad. 26 $a_{15} = 72$
---------------------	---------------------	--	-------------------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------------

Zad. 27 2	Zad. 28 900 zł	Zad. 29 32 zł
---------------------	--------------------------	-------------------------