

Zadania maturalne
Ciąg geometryczny

Zad. 1 (1 pkt) (czerwiec 2023 - zad. 15.2)

Masa m leku L zażytego przez chorego zmienia się w organizmie zgodnie z zależnością wykładniczą

$$m(t) = m_0 \cdot (0,6)^{0,25t}$$

gdzie:

m_0 – masa (wyrażona w mg) przyjętej w chwili $t = 0$ dawki leku,

t – czas (wyrażony w godzinach) liczony od momentu $t = 0$ zażycia leku.

Liczby $m(2,5)$, $m(4,5)$, $m(6,5)$ w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Oblicz iloraz tego ciągu.

Zad. 2 (2 pkt) (czerwiec 2022 - zad. 32)

Trójwyrazowy ciąg $(x, 3x + 2, 9x + 16)$ jest geometryczny. Oblicz x .

Zad. 3 (5 pkt) (marzec 2021 - zad. 35)

Rosnący ciąg arytmetyczny (a_n) jest określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$. Suma pierwszych pięciu wyrazów tego ciągu jest równa 10. Wyrazy a_3 , a_5 , a_{13} tworzą – w podanej kolejności – ciąg geometryczny. Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego (a_n) .

Zad. 4 (2 pkt) (czerwiec 2020 - zad. 30)

Dany jest trzywyrazowy ciąg $(x + 2, 4x + 2, x + 11)$. Oblicz te wszystkie wartości x , dla których ten ciąg jest geometryczny.

Zad. 5 (4 pkt) (maj 2020 - zad. 33)

Wszystkie wyrazy ciągu geometrycznego (a_n) , określonego dla $n \geq 1$, są dodatnie. Wyrazy tego ciągu spełniają warunek $6a_1 - 5a_2 + a_3 = 0$. Oblicz iloraz q tego ciągu należący do przedziału $\langle 2\sqrt{2}, 3\sqrt{2} \rangle$.

Zad. 6 (2 pkt) (czerwiec 2019 - zad. 30)

W ciągu geometrycznym przez S_n oznaczamy sumę n początkowych wyrazów tego ciągu, dla liczb naturalnych $n \geq 1$. Wiadomo, że dla pewnego ciągu geometrycznego: $S_1 = 2$ i $S_2 = 12$. Wyznacz iloraz i piąty wyraz tego ciągu.

Zad. 7 (5 pkt) (maj 2015 - zad. 34)

W nieskończonym ciągu arytmetycznym (a_n) , określonym dla $n \geq 1$, suma jedenastu początkowych wyrazów tego ciągu jest równa 187. Średnia arytmetyczna pierwszego, trzeciego i dziewiątego wyrazu tego ciągu, jest równa 12. Wyrazy a_1, a_3, a_k ciągu (a_n) , w podanej kolejności, tworzą nowy ciąg - trzywyrazowy ciąg geometryczny (b_n) . Oblicz k .

Zad. 8 (2 pkt) (czerwiec 2013 - zad. 31)

Nieskończony ciąg geometryczny (a_n) jest określony wzorem $a_n = 7 \cdot 3^{n+1}$, dla $n \geq 1$. Oblicz iloraz q tego ciągu.

Zad. 9 (2 pkt) (marzec 2012 - zad. 26)

Liczby 64, x , 4 są odpowiednio pierwszym, drugim i trzecim wyrazem malejącego ciągu geometrycznego. Oblicz piąty wyraz tego ciągu.

Zad. 10 (4 pkt) (listopad 2010 - zad. 32)

Ciąg $(1, x, y - 1)$ jest arytmetyczny, natomiast ciąg $(x, y, 12)$ jest geometryczny. Oblicz x oraz y i podaj ten ciąg geometryczny.

Zad. 11 (4 pkt) (informator CKE)

Liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Suma tych liczb jest równa 93. Te same liczby, w podanej kolejności są pierwszym, drugim i siódmym wyrazem ciągu arytmetycznego. Oblicz a, b, c .

Zad. 12 (2 pkt) (informator CKE)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = \frac{1}{x}$ dla każdej liczby rzeczywistej $x \neq 0$.

Oblicz wartość m , dla której liczby $f(m), f(1), f(2)$ są – odpowiednio – pierwszym, drugim i trzecim wyrazem ciągu geometrycznego.

Zad. 13 (4 pkt) (informator CKE)

Wyznacz wzór na n -ty wyraz ciągu arytmetycznego wiedząc, że suma pierwszych pięciu jego wyrazów jest równa 10, a wyrazy trzeci, piąty i trzynasty tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny.

Zad. 14 (3 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 32)

Iloraz skończonego ciągu geometrycznego jest równy $\frac{1}{3}$, trzeci wyraz tego ciągu jest równy $\frac{1}{9}$, a suma wszystkich wyrazów to $\frac{364}{243}$. Oblicz, z ilu wyrazów składa się ten ciąg.

Zad. 15 (4 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 33)

Liczby x, y, z , których suma jest równa 114, tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Liczby te są również wyrazami pewnego ciągu arytmetycznego (a_n) , gdzie $n \geq 1$, w którym $x = a_1, y = a_4$ i $z = a_{25}$. Oblicz liczby x, y, z .

Zad. 16 (4 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 34)

Trzy liczby, których suma jest równa 24, tworzą ciąg arytmetyczny. Po zwiększeniu ich odpowiednio o 4, 10 i 40 będą w tej samej kolejności tworzyły ciąg geometryczny. Oblicz te trzy liczby tworzące ciąg arytmetyczny.

Odpowiedzi

Zad. 1 $0,6^{0,5}$	Zad. 2 $x = 1$	Zad. 3 $a_n = 3n - 7$	Zad. 4 $-\frac{6}{5}, 1$	Zad. 5 $q = 3$	Zad. 6 $q = 5, a_5 = 1250$	Zad. 7 $k = 11$	Zad. 8 $q = 3$
Zad. 9 $a_5 = \frac{1}{4}$	Zad. 10 $x = 3, y = 6$ $(3, 6, 12)$	Zad. 11 $a = 3, b = 15, c = 75$ lub $a = 31, b = 31, c = 31$	Zad. 12 $m = \frac{1}{2}$	Zad. 13 $a_n = 2$ lub $a_n = 3n - 7$	Zad. 14 6		
Zad. 15 $x = 38, y = 38, z = 38$ lub $x = 2, y = 14, z = 98$	Zad. 16 $50, 8, -34$ lub $2, 8, 14$						