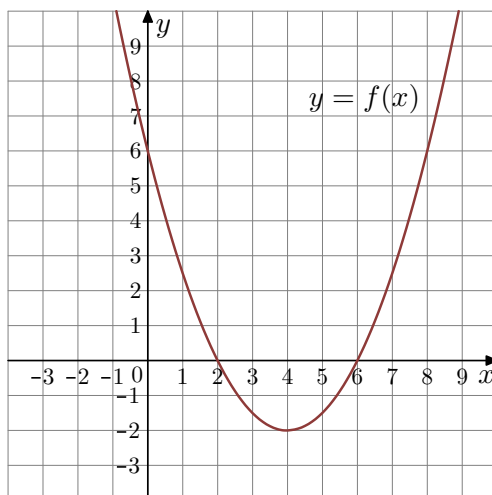


Zadania maturalne
Własności funkcji kwadratowej

Zad. 1 (1 pkt) (grudzień 2023 - zad. 11.2)

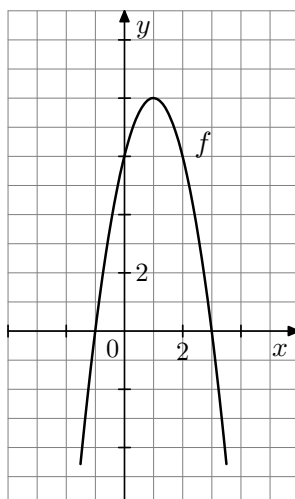
W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej f (zobacz rysunek). Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



Zapisz poniżej w postaci przedziału zbiór wszystkich argumentów, dla których funkcja f przyjmuje wartości ujemne.

Informacja do zadań 10.2 i 10.3 (pokazowy 2023)

Dana jest funkcja kwadratowa f , której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , oraz punkty przecięcia paraboli z osiami układu współrzędnych mają współrzędne całkowite.



Zad. 2 (1 pkt) (pokazowy 2023 - zad. 10.2)

Wyznacz i zapisz w miejscu wykropkowanym poniżej zbiór wszystkich rozwiązań nierówności:

$$f(x) \leq 0$$

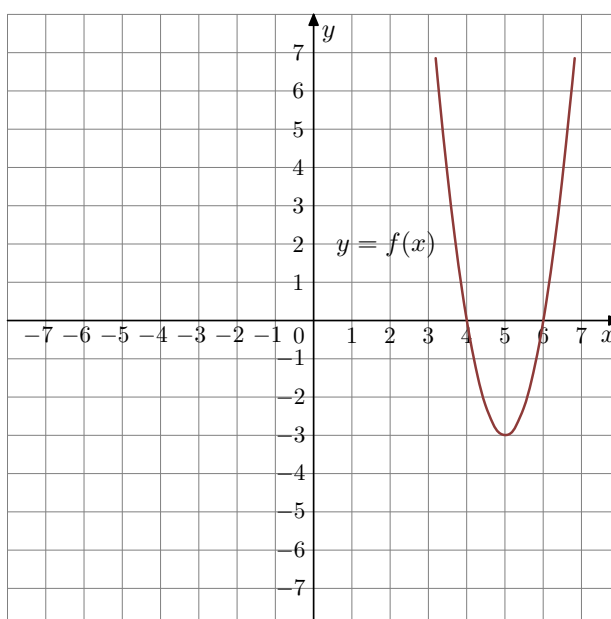
.....

Zad. 3 (3 pkt) (pokazowy 2023 - zad. 10.3)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Informacja do zadań 7.1 i 7.2 (wrzesień 2022)

W kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$. Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , ma współrzędne $(5, -3)$. Jeden z punktów przecięcia paraboli z osią Ox układu współrzędnych ma współrzędne $(4, 0)$.



Zad. 4 (1 pkt) (grudzień 2022 - zad. 7.1)

Zapisz poniżej zbiór wszystkich wartości funkcji f .

.....

Zad. 5 (2 pkt) (grudzień 2022 - zad. 7.2)

Wyznacz wzór funkcji kwadratowej f w postaci kanonicznej.

Zad. 6 (2 pkt) (czerwiec 2022 - zad. 31)

Funkcja kwadratowa f ma dokładnie jedno miejsce zerowe równe 2. Ponadto $f(0) = 8$. Wyznacz wzór funkcji f .

Zad. 7 (5 pkt) (maj 2022 - zad. 35)

Wykres funkcji kwadratowej f określonej wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma z prostą o równaniu $y = 6$ dokładnie jeden punkt wspólny. Punkty $A = (-5, 0)$ i $B = (3, 0)$ należą do wykresu funkcji f . Oblicz wartości współczynników a , b oraz c .

Zad. 8 (4 pkt) (sierpień 2017 - zad. 32)

Funkcja kwadratowa $f(x) = ax^2 + bx + c$ ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -2$ i $x_2 = 6$. Wykres funkcji f przechodzi przez punkt $A = (1, -5)$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f .

Zad. 9 (2 pkt) (sierpień 2016 - zad. 29)

Funkcja kwadratowa jest określona wzorem $f(x) = x^2 - 11x$. Oblicz najmniejszą wartość funkcji f w przedziale $\langle -6, 6 \rangle$.

Zad. 10 (5 pkt) (sierpień 2015 - zad. 34)

Funkcja kwadratowa f określona jest wzorem $f(x) = ax^2 + bx + c$. Zbiorem rozwiązań nierówności $f(x) > 0$ jest przedział $(0, 12)$. Największa wartość funkcji f jest równa 9. Oblicz współczynniki a , b , c funkcji f .

Zad. 11 (2 pkt) (maj 2015 - zad. 29)

Oblicz najmniejszą i największą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 3$ w przedziale $\langle 0, 4 \rangle$.

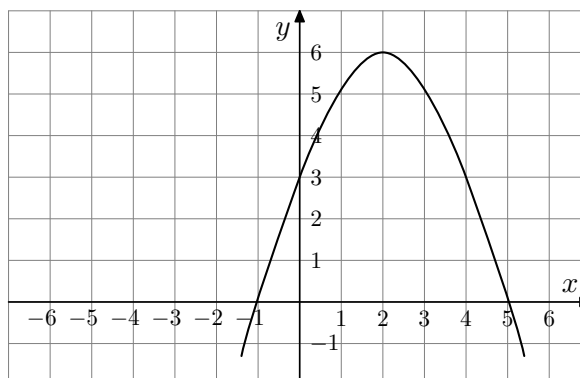
Zad. 12 (2 pkt) (maj 2014 - zad. 26)

Wykresem funkcji kwadratowej $f(x) = 2x^2 + bx + c$ jest parabola, której wierzchołkiem jest punkt $W = (4, 0)$. Oblicz wartość współczynników b i c .

Zad. 13 (4 pkt) (maj 2003 - zad. 2)

Rysunek przedstawia fragment wykresu funkcji kwadratowej f .

- a) Podaj miejsce zerowe f .
- b) Podaj rozwiązanie nierówności $f(x) \leq 0$.
- c) Podaj rozwiązanie równania $f(x) = 3$



Zad. 14 (2 pkt) (informator CKE)

Do wykresu pewnej funkcji kwadratowej $y = g(x)$ należy punkt o współrzędnych $P = (2, -6)$. Ośią symetrii wykresu tej funkcji jest prosta o równaniu $x = 3$, a jednym z miejsc zerowych funkcji g jest $x_1 = 1$. Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = g(x)$ w postaci iloczynowej.

Zad. 15 (3 pkt) (informator CKE)

Podaj miejsca zerowe funkcji określonych dla wszystkich liczb rzeczywistych x :

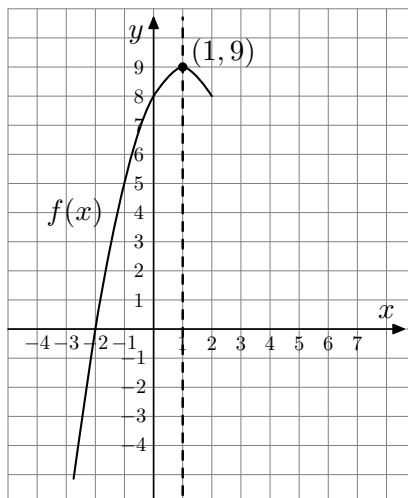
$$f(x) = x(x + 2), \quad g(x) = (x - 5)(x + 2), \quad h(x) = (5 - 2x)(2x + 1)$$

Zad. 16 (2 pkt) (informator CKE)

Oblicz największą i najmniejszą wartość funkcji $f(x) = 2x^2 - 4x + 11$ w przedziale $A = \langle 0, 4 \rangle$.

Zad. 17 (2 pkt) (informator CKE)

Na podstawie fragmentu wykresu funkcji kwadratowej $f(x)$ wskaż, które zdanie jest prawdziwe.



- A. Miejscami zerowymi funkcji są liczby: -2 oraz 4 .
- B. Funkcja jest rosnąca w przedziale $(-2, 4)$.
- C. Funkcja przyjmuje wartości większe od zera dla $x < 1$.
- D. Zbiorem wartości funkcji jest przedział $(-\infty, 9)$.

Zad. 18 (2 pkt) (informator CKE)

Zbiorem wartości funkcji kwadratowej g jest przedział $(-\infty, 5)$, a zbiorem rozwiązań nierówności $g(x) > 0$ jest przedział $(2, 8)$. Wyznacz wzór funkcji g .

Zad. 19 (3 pkt) (informator CKE)

Jednym z miejsc zerowych funkcji kwadratowej f jest liczba 5 , maksymalny przedział, w którym ta funkcja jest malejąca to $\langle 2, +\infty \rangle$. Największa wartość funkcji f w przedziale $\langle -8, -7 \rangle$ jest równa (-24) . Wyznacz wzór funkcji f i narysuj jej wykres.

Zad. 20 (2 pkt) (informator CKE)

Oblicz najmniejszą wartość funkcji kwadratowej $f(x) = x^2 - 6x + 1$ w przedziale $A = \langle 0, 1 \rangle$.

Zad. 21 (2 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 28)

Dana jest funkcja kwadratowa f . Do wykresu tej funkcji należy punkt o współrzędnych $(0, 8)$, a osią symetrii jej wykresu jest prosta o równaniu $x = 4$. Jednym z miejsc zerowych funkcji f jest $x_1 = 2$. Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = f(x)$ w postaci iloczynowej.

Odpowiedzi

Zad. 1

$(2, 6)$

Zad. 2

$(-\infty, -1) \cup \langle 3, \infty)$

Zad. 3

$f(x) = -2(x-1)^2 + 8$

Zad. 4

$\langle -3, \infty)$

Zad. 5

$f(x) = 3(x-5)^2 - 3$

Zad. 6

$f(x) = 2x^2 - 8x + 8$

Zad. 7

$a = -\frac{3}{8}, b = -\frac{3}{4}, c = 5\frac{5}{8}$

Zad. 8

$-5\frac{1}{3}$

Zad. 9

$-30\frac{1}{4}$

Zad. 10

$a = -\frac{1}{4}, b = 3, c = 0$

Zad. 11

$-6, 3$

Zad. 12

$b = -16, c = 32$

Zad. 13

a) $-1, 5$

b) $(-\infty, -1) \cup \langle 5, \infty)$

c) $0, 4$

Zad. 14

$g(x) = 2(x-1)(x-5)$

Zad. 15

$f: 0, -2$

$g: 5, -2$

$h: 2\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$

Zad. 16

$9, 27$

Zad. 17

A

Zad. 18

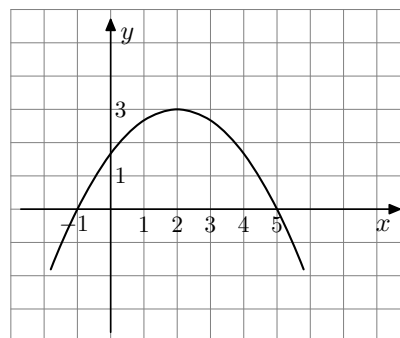
$g(x) = -\frac{5}{9}x^2 + 5\frac{5}{9}x - 8\frac{8}{9}$

Zad. 19

$f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 1\frac{1}{3}x + 1\frac{2}{3}$

Zad. 20

-4



Zad. 21

$f(x) = \frac{2}{3}(x-2)(x-6)$