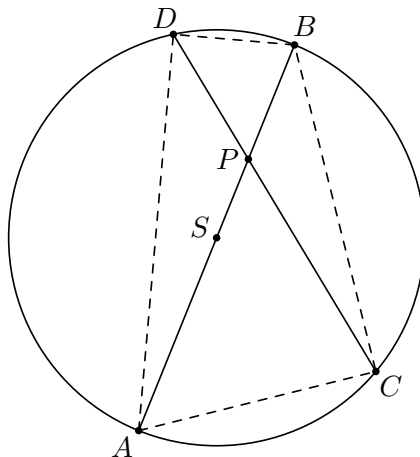


Zadania maturalne
Figury w okręgu

Zad. 1 (2 pkt) (grudzień 2023 - zad. 24)

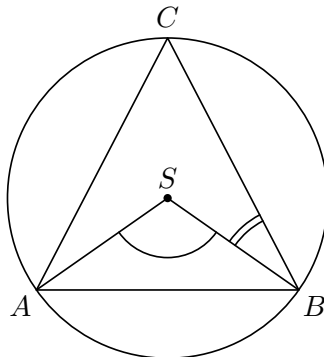
Dany jest okrąg O o środku w punkcie S . Średnica AB tego okręgu przecina cięciwę CD w punkcie P (zobacz rysunek). Ponadto: $|PB| = 4$, $|PC| = 8$ oraz $|PD| = 5$.



Oblicz promień okręgu O .

Zad. 2 (2 pkt) (maj 2014 - zad. 31)

Środek S okręgu opisanego na trójkącie równoramiennym ABC , o ramionach AC i BC , leży wewnątrz tego trójkąta (zobacz rysunek)



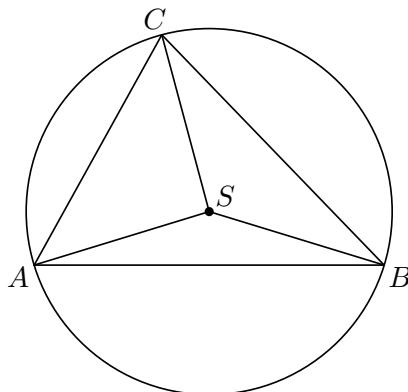
Wykaż, że miara kąta wypukłego ASB jest cztery razy większa od miary kąta wypukłego SBC .

Zad. 3 (2 pkt) (grudzień 2013 - zad. 29)

Na trójkącie o bokach długości $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{15}$ opisano okrąg. Oblicz promień tego okręgu.

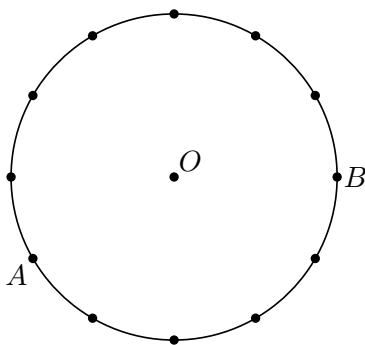
Zad. 4 (4 pkt) (maj 2013 - zad. 32)

Punkt S jest środkiem okręgu opisanego na trójkącie ostrokątnym ABC . Kąt ACS jest trzy razy większy od kąta BAS , a kąt CBS jest dwa razy większy od kąta BAS . Oblicz kąty trójkąta ABC .



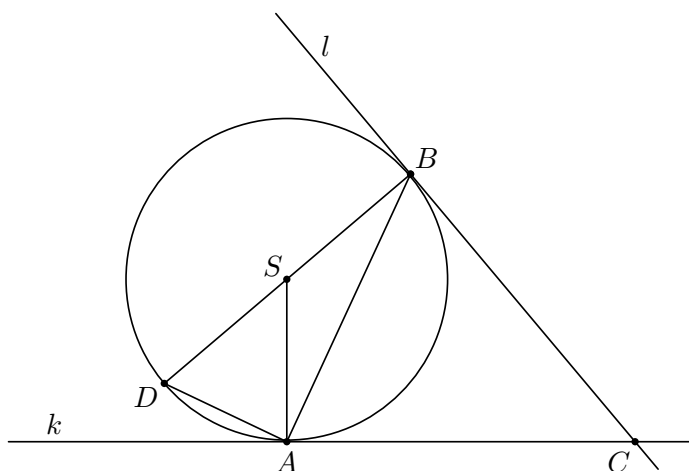
Zad. 5 (2 pkt) (sierpień 2011 - zad. 29)

Punkty A i B leżą na okręgu o środku O i dzielą ten okrąg na dwa łuki, których stosunek długości jest równy $7 : 5$. Oblicz miarę kąta środkowego opartego na krótszym łuku.



Zad. 6 (3 pkt) (informator CKE)

Trzy różne punkty A , B i D leżą na okręgu o środku w punkcie S . Odcinek BD jest średnicą tego okręgu. Styczne k i l do tego okręgu, odpowiednio w punktach A i B , przecinają się w punkcie C (zobacz rysunek poniżej).



Wykaż, że trójkąty ACB i ASD są podobne.

Zad. 7 (3 pkt) (informator CKE)

Ostrokątny trójkąt równoramienny ABC o podstawie AB jest wpisany w okrąg o środku S , przy czym kąt SAB ma miarę 40° . Oblicz miarę kąta CAB .

Zad. 8 (4 pkt) (informator CKE)

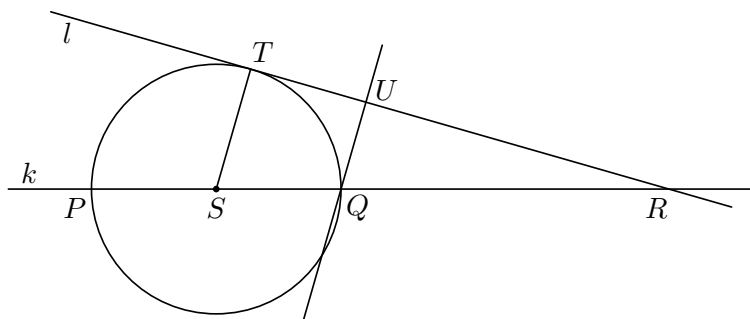
Dany jest trójkąt prostokątny ABC o przeciwprostokątnej AB , taki że $\sin \sphericalangle BAC = 0,3$ i $|AC| = 7$. Oblicz pole koła opisanego na tym trójkącie.

Zad. 9 (2 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 41)

Dane są:

- okrąg o środku S i promieniu $r = 1$,
- prosta k przechodząca przez S i przecinająca okrąg w punktach P i Q ,
- prosta l styczna do danego okręgu w punkcie T .

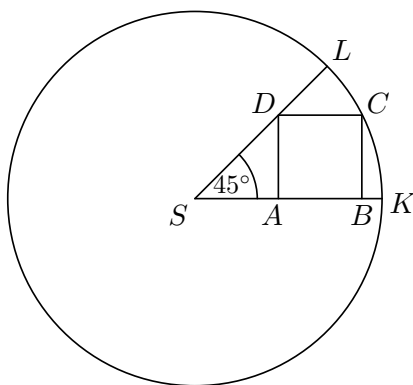
Prosta k przecina prostą l w punkcie R . Prosta przechodząca przez punkt Q i równoległa do odcinka ST przecina styczną l w punkcie U (zobacz rysunek).



Oblicz długość odcinka TU wiedząc, że spełniony jest warunek $\frac{|PQ|}{|QR|} = \frac{2}{3}$.

Zad. 10 (3 pkt) (zbiór zadań CKE - zad. 42)

W wycinek koła wyznaczony przez kąt środkowy KSL o mierze 45° wpisano kwadrat $ABCD$ w taki sposób, że wierzchołki A oraz B leżą na promieniu SK , wierzchołek D leży na promieniu SL , a wierzchołek C leży na łuku KL (zobacz rysunek).



Oblicz stosunek pola kwadratu $ABCD$ do pola wycinka kołowego KSL .

Odpowiedzi

Zad. 1 7	Zad. 2 -	Zad. 3 $r = \frac{\sqrt{15}}{2}$	Zad. 4 $60^\circ, 45^\circ, 75^\circ$	Zad. 5 150°	Zad. 6 —	Zad. 7 65°	Zad. 8 42,3
Zad. 9 $\frac{\sqrt{15}}{4}$	Zad. 10 $\frac{8}{5\pi}$						