

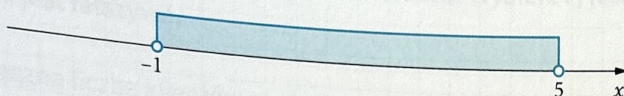
Arkusz 7

Zadanie 1 (0-1)

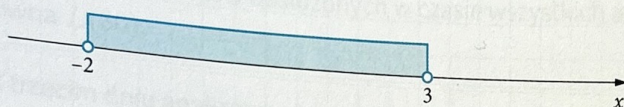
Spośród rysunków A-D wybierz ten, na którym prawidłowo zaznaczono na osi liczbowej zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność:

$$|x - 2| < 3$$

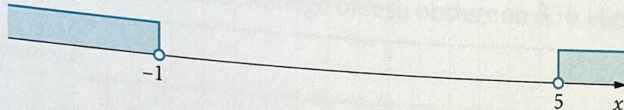
A.



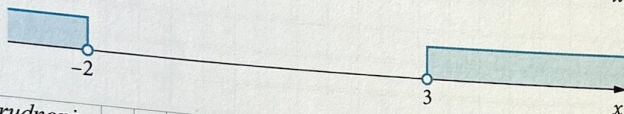
B.



C.



D.



Brudnopis

Zadanie 2 (0-2)

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$ liczba $100^n - 4$ jest podzielna przez 12.

Zadanie 3 (0-1)

Dane są liczby $a = \log_{32} (8\sqrt{32}) + \log_7 (49\sqrt[4]{7})$ i $b = \log_9 (3\sqrt{27}) + \log_{81} 3$.

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Liczba a jest równa $\frac{11}{10}$.

P

F

Liczba b jest równa $\frac{3}{2}$.

P

F

Brudnopis

Zadanie 4 (0-1)

Dane są trzy liczby $a = 1 - \sqrt{2}$, $b = \sqrt{3} - \sqrt{2}$ i $c = \sqrt{2} + 1$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prawdziwa jest zależność

A. $bc = \sqrt{6} + \sqrt{2}$

B. $bc = \sqrt{6} - \sqrt{2}$

C. $ac = 1$

D. $ac = -1$

Brudnopis

Zadanie 5 (0-1)

Spośród zależności A-D wybierz tę, która jest poprawnie wyznaczona ze wzoru $w = \frac{4a}{2t-x}$.

A. $x = -\frac{4a}{2tw}$

B. $t = \frac{2a}{w} + \frac{x}{2}$

C. $tw = \frac{4a}{2-x}$

D. $a = \frac{w}{4(2t-x)}$

Brudnopis

Zadanie 6 (0-2)

Dany jest wielomian $W(x) = (4-x)(x^2-x-6)$.

Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

- A. Wszystkie pierwiastki wielomianu W są dodatnie.
- B. Wielomian W ma dwa pierwiastki wymierne i jeden pierwiastek niewymierny.
- C. Suma odwrotności pierwiastków wielomianu W jest równa $\frac{1}{12}$.
- D. Iloczyn pierwiastków wielomianu W jest równy 24.
- E. Pierwiastkami wielomianu W są 4, 3, -2.
- F. Wielomian W ma dokładnie dwa pierwiastki i te pierwiastki mają różne znaki.

Brudnopis

Zadanie 7 (0-2)

Rozwiąż nierówność $(4x - 3)^2 - 5x^2 + (2x - \sqrt{7})(2x + \sqrt{7}) \geq 2$.

Zadanie 8 (0-1)

Dany jest układ równań z niewiadomymi x i y .

$$\begin{cases} 2x + ky = m \\ 4x + 8y = -4 \end{cases}$$

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

Dla $k = 4$ i $m = -2$ układ równań nie ma rozwiązań.

P

F

Dla $k = 4$ i $m = -4$ układ równań ma rozwiązanie.

P

F

Brudnopis

Zadanie 9 (0-2)

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem postaci $f(x) = -x^2 + bx + c$. W tabeli podane są wartości funkcji f dla trzech argumentów.

x	-5	1	0
$y = f(x)$	1	1	6

Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A-D oraz odpowiedź spośród E-H.

9.1. Oś symetrii wykresu funkcji f jest prosta o równaniu

A. $y = -2$

B. $x = 0$

C. $x = -1$

D. $x = -2$

9.2. Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji f ma współrzędne

E. $(-5, 1)$

F. $(-1, 5)$

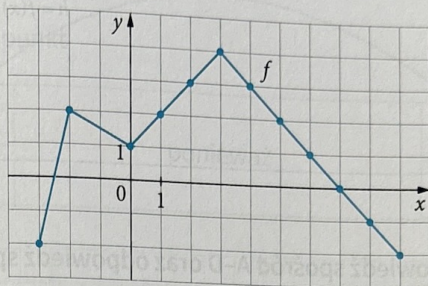
G. $(-2, 10)$

H. $(-4, 6)$

Bruďnopol

Zadanie 10

Dana jest funkcja $y = f(x)$, której wykres przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej. Funkcja ta jest określona dla każdej liczby rzeczywistej $x \in [-3, 9]$. Na wykresie funkcji f zaznaczono punkty o współrzędnych całkowitych.



Zadanie 10.1 (0-1)

Zapisz w wykropkowanym miejscu zbiór rozwiązań nierówności $f(x) < 2$.

Zadanie 10.2 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

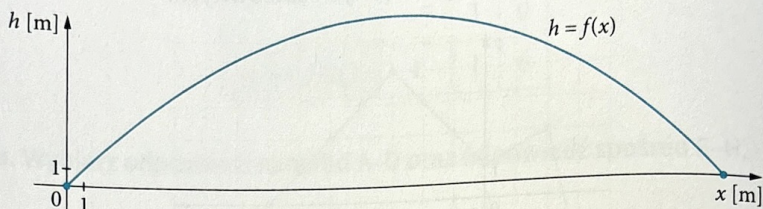
Wartość wyrażenia $f(0) - f(-3)$

- A. jest równa -3 . B. jest równa 3 . C. jest równa 5 . D. nie istnieje.

Brudnopis

Zadanie 11 (0-2)

Tor lotu wyrzuczonej kuli można opisać wzorem $f(x) = -\frac{1}{40}x^2 + x$, gdzie x oznacza przebytą odległość w poziomie w metrach (zobacz rysunek).



Dokończ zdania. Wybierz odpowiedź spośród A-D oraz odpowiedź spośród E-H.

11.1. Maksymalna wysokość, na jaką wzniósł się kula, jest równa

A. 15 m

B. 12 m

C. 10 m

D. 8 m

11.2. Maksymalna odległość, na jaką doleci wyrzuczona kula, jest równa

E. 40 m

F. 20 m

G. 10 m

H. 9 m

Brudnopis

Zadanie 12 (0-1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -3^x + 2$.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1. albo 2.

Do wykresu funkcji f należy punkt

A.	$P = (2, 11),$	ponieważ	1.	$f(2) = -7$
B.	$Q = (2, -7),$		2.	$f(2) = 11$

Brudnopis

Zadanie 13

Ciąg $\left(2\frac{1}{4}, -1\frac{1}{2}, a_3, -\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, a_6\right)$ jest ciągiem geometrycznym (a_n) .

Zadanie 13.1 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Iloraz $\frac{a_6}{a_3}$ jest równy

A. $-\frac{3}{2}$

B. $-\frac{8}{27}$

C. $\frac{8}{27}$

D. $\frac{3}{2}$

Brudnopis

Zadanie 13.2 (0-1)

Liczby a_2 i a_4 są w podanej kolejności odpowiednio pierwszym i drugim wyrazem nieskończonego ciągu arytmetycznego (b_n) .

Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Różnica ciągu (b_n) jest równa $-\frac{13}{6}$.

P

F

Suma trzynastu początkowych wyrazów ciągu (b_n) wynosi $\frac{91}{2}$.

P

F

Brudnopis

Zadanie 14

Dany jest ciąg arytmetyczny (a_n) , określony dla każdej liczby naturalnej $n \geq 1$, w którym $a_8 = 1$, $a_{12} = 9$.

Zadanie 14.1 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

- A. $a_{10} = -13$ B. $a_{10} = 3$ C. $a_{10} = 5$ D. $a_{10} = 10$

Brudnopis

Zadanie 14.2 (0-3)

Wyznacz takie n , aby suma n początkowych wyrazów ciągu (a_n) była jak najmniejsza.

Zadanie 15 (0-1)

Dane są wyrażenia $a = \cos \alpha + \sin \alpha$ i $b = -2 \sin \alpha \cos \alpha$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po przekształceniu wyrażenia $a^2 + b$ otrzymamy

A. 1

B. $1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha$

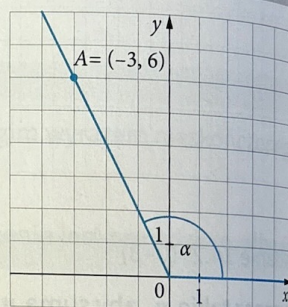
C. -1

D. 0

Brudnopis

Zadanie 16 (0-2)

Punkt $A = (-3, 6)$ leży na końcowym ramieniu kąta α w prostokątnym układzie współrzędnych (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wówczas

A. $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{2}$

B. $\sin \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha > 0$

C. $\cos \alpha = -1$

D. $\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha > 0$

E. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$

F. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{2}{5}$

G. $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = 0$

H. $\sin \alpha < 0$

Brudnopis

Zadanie 17 (0-1)

Kąt środkowy wycinka koła o promieniu 5 jest równy 72° .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość łuku tego wycinka jest równa

A. π

B. $\pi + 10$

C. 2π

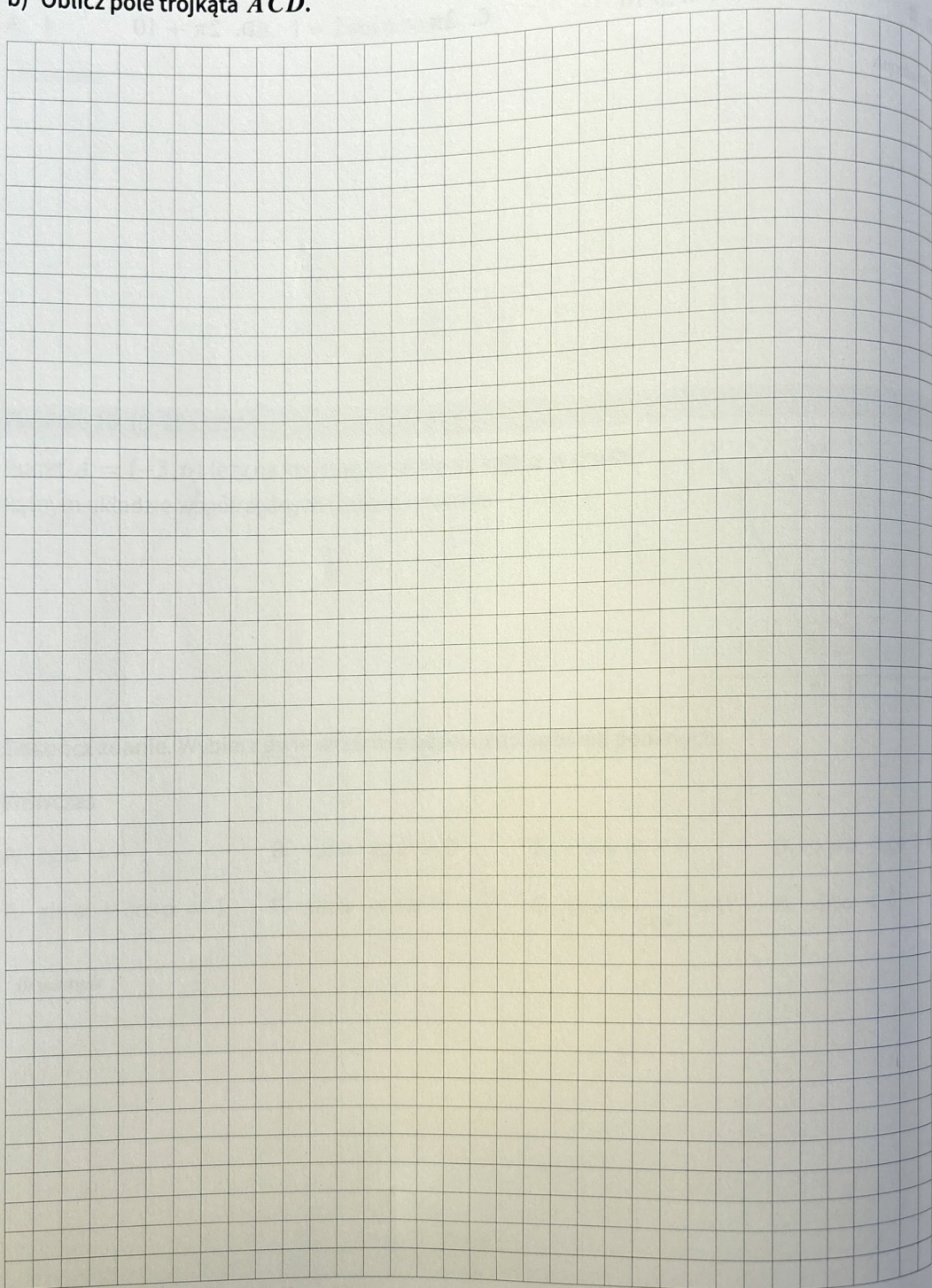
D. $2\pi + 10$

Brudnopis

Zadanie 18 (0-4)

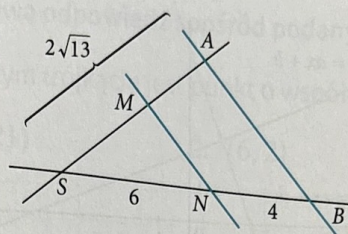
W trójkącie ABC dane są $|AC| = 8$, $|BC| = 12$. Miara kąta ACB jest równa 120° . Przez wierzchołek C poprowadzono prostą prostopadłą do boku AB , która przecięła bok AB w punkcie D .

- Oblicz długość odcinka CD .
- Oblicz pole trójkąta ACD .



Zadanie 19 (0-1)

Proste SA i SB przecięto dwiema równoległymi prostymi AB i MN w ten sposób, że $|SA| = 2\sqrt{13}$, $|SN| = 6$, $|NB| = 4$ (zobacz rysunek).



Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Długość odcinka MA jest równa

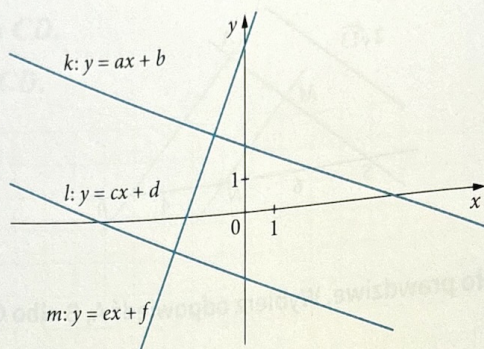
A. $\frac{5}{6}\sqrt{13}$,	ponieważ	1.	$\frac{ SM }{ NB } = \frac{ MA }{ SN }$
B. $\frac{6}{5}\sqrt{13}$,		2.	$\frac{ SM }{ MA } = \frac{ NB }{ SN }$
C. $\frac{4}{5}\sqrt{13}$,		3.	$\frac{ MA }{ NB } = \frac{ SM }{ SN }$

Brudnopis

Zadanie 20 (0-2)



Na rysunku przedstawiono dwie proste równoległe $k: y = ax + b$ i $l: y = cx + d$ oraz prostą $m: y = ex + f$ do nich prostopadłą.



Dokończ zdanie. Wybierz dwie właściwe odpowiedzi spośród podanych.

Wynika stąd, że

- A. $a \cdot c > 0$ i $b \cdot d > 0$
- B. $a = c$ i $b \cdot d > 0$
- C. $a \cdot c > 0$ i $b \cdot d < 0$
- D. $a \cdot c < 0$ i $b \cdot d < 0$
- E. $a \cdot e = -1$ i $b \cdot f > 0$
- F. $c = e$ i $d \cdot f < 0$

Brudnopis

Zadanie 21 (0-1)

Punkty $A = (20, 23)$ i $B = (-8, 19)$ są wierzchołkami trójkąta prostokątnego ABC o kącie prostym przy wierzchołku C .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Środkiem okręgu opisanego na tym trójkącie jest punkt o współrzędnych

A. $(14, 11)$

B. $(6, 21)$

C. $(6, 2)$

D. $(14, 2)$

Brudnopis

Zadanie 22 (0-1)

Dane są proste $k: y = 5x - 7$ i $l: y = 5x + 9$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Prosta równoległa do prostych k i l i równo odległa od każdej z nich ma równanie

A. $y = 5x + 1$

B. $y = 5x - 1$

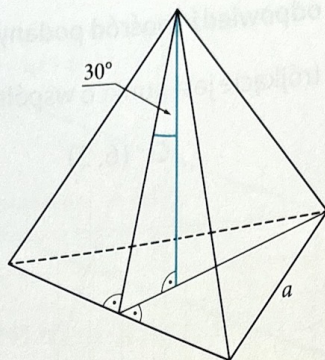
C. $y = 5x$

D. $y = 5x + 8$

Brudnopis

Zadanie 23 (0-1)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym kąt między wysokością ściany bocznej a wysokością ostrosłupa jest równy 30° . Krawędź podstawy ostrosłupa ma długość a (zobacz rysunek).



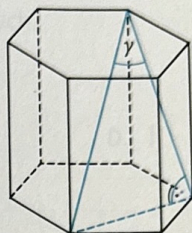
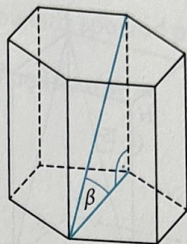
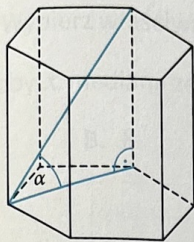
Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

Pole powierzchni całkowitej tego ostrosłupa jest równe $4a^2\sqrt{3}$.	P	F
Objętość tego ostrosłupa jest równa $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.	P	F

Brudnopis

Zadanie 24 (0-1)

poniżej pokazano trzy rysunki tego samego graniastopu prawidłowego o podstawie sześciokątnej. Na każdym rysunku zaznaczono jeden kąt: α , β lub γ .



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

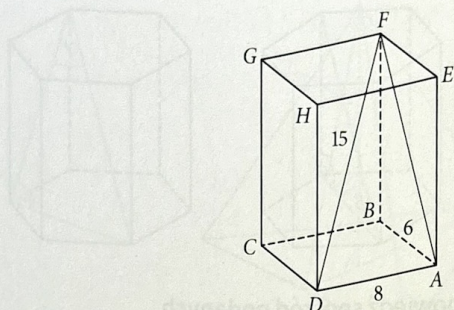
Wśród zaznaczonych kątów kątami między przekątną tej bryły a płaszczyzną jej podstawy są

- A. tylko kąty α i β .
- B. tylko kąty α i γ .
- C. tylko kąty β i γ .
- D. kąty α , β i γ .

Brudnopis

Zadanie 25 (0-1)

W prostopadłościanie $ABCDEFGH$ dane są długości odcinków: $|AB| = 6$, $|AD| = 8$, $|DF| = 15$ (zobacz rysunek).



Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. Zaznacz P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F, jeśli jest fałszywe.

$ FB = 12$	P	F
$\operatorname{tg} \sphericalangle FAB = \frac{5\sqrt{5}}{6}$	P	F

Brudnopis

Zadanie 26 (0-1)

Jeśli do zestawu sześciu liczb: 7, 13, 3, 2, 5, 9 dodamy liczbę x , średnia arytmetyczna zestawu wzrośnie o $\frac{1}{2}$.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po dołączeniu liczby x mediana zestawu będzie równa

B. 8

C. 9

D. 10

A. 7

Brudnopis

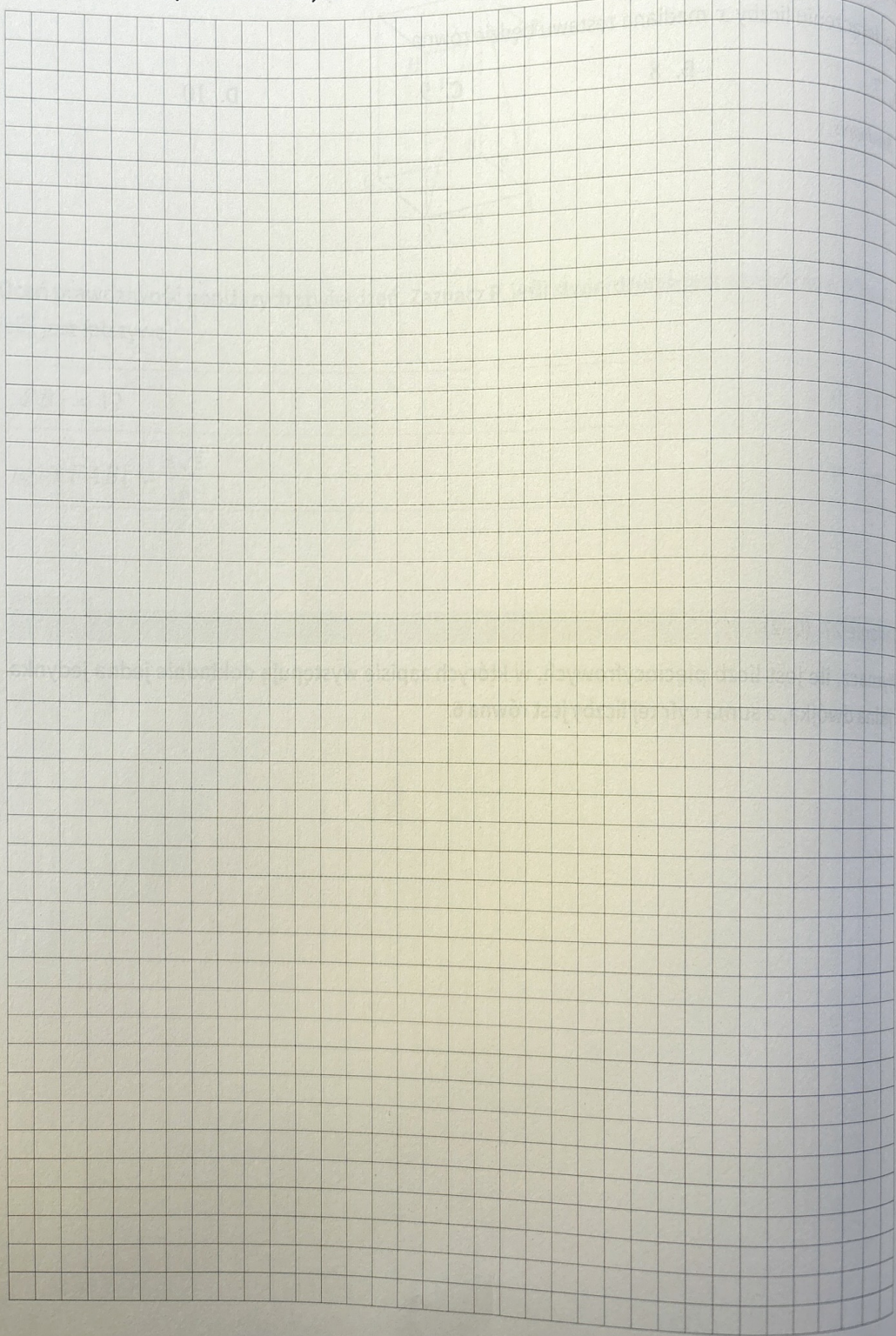
Zadanie 27 (0-2)

Wyznacz, ile jest liczb pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie jedna jedynka i jedna dwójka, a suma cyfr tej liczby jest równa 6.

Zadanie 28 (0–3)

W szufladzie jest 20 długopisów: 16 niebieskich i 4 czerwone. Wyjmujemy losowo trzy razy po jednym długopisie.

Jakie jest prawdopodobieństwo, że wśród wyjętych długopisów co najmniej dwa są niebieskie?



Arkusz 8

Zadanie 1 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $\frac{4^{19} \cdot 7^{18} \cdot 15^{16}}{420^{20}}$ można zapisać w postaci

A. $\frac{1}{420^2}$

B. 420^2

C. $\frac{1}{4 \cdot 7^2 \cdot 15^4}$

D. $4 \cdot 7^2 \cdot 15^4$

Brudnopis

Zadanie 2 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $|\sqrt{2} - 2\sqrt{3}| - |\sqrt{3} - 3\sqrt{2}|$ jest równa

A. $3\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

B. $\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

C. $4\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

D. $-2\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

Brudnopis

Zadanie 3 (0–1)

12 lipca 2022 r. biuro nieruchomości zamieściło ofertę sprzedaży mieszkania za granicą jak w ogłoszeniu. W tym dniu 1 euro było warte 4,80 zł. Zainteresowany kupnem mieszkania pan Kowalski zadzwonił do biura i na podstawie zdobytych informacji wyliczył, że powinien zapłacić za lokal 280 320 zł. Zanim podjął decyzję o kupnie, cena 1 euro wzrosła do 4,91 zł.

Oblicz wartość tego mieszkania w złotych w dniu nowego kursu euro.

Ogłoszenie 12345

mieszkanie w bloku
piętro: 3
powierzchnia: 54,6 m²
dodatkowe udogodnienia:
windy, parking, plac zabaw,
widok na zatokę
cena w euro – info w biurze

Zadanie 4 (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba $\log_{27} 81\sqrt{3}$ jest równa

A. 3

B. 1,5

C. $\frac{1}{3}$

D. $-3\frac{1}{3}$

Brudnopis

Zadanie 5 (0-1)

Rozważamy czterocyfrowe liczby naturalne parzyste, w których zapisie występuje dokładnie jedna cyfra 2.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Takich liczb jest

A. 1548

B. 2020

C. 3240

D. 4500

Zadanie 6 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wyrażenie $(2a - b)^2 - (a - 2b)^2$ można zapisać w postaci

A. $3(a - b)(a + b)$

B. $5(a - b)(a + b)$

C. $-4ab$

D. $8ab$

Brudnopis

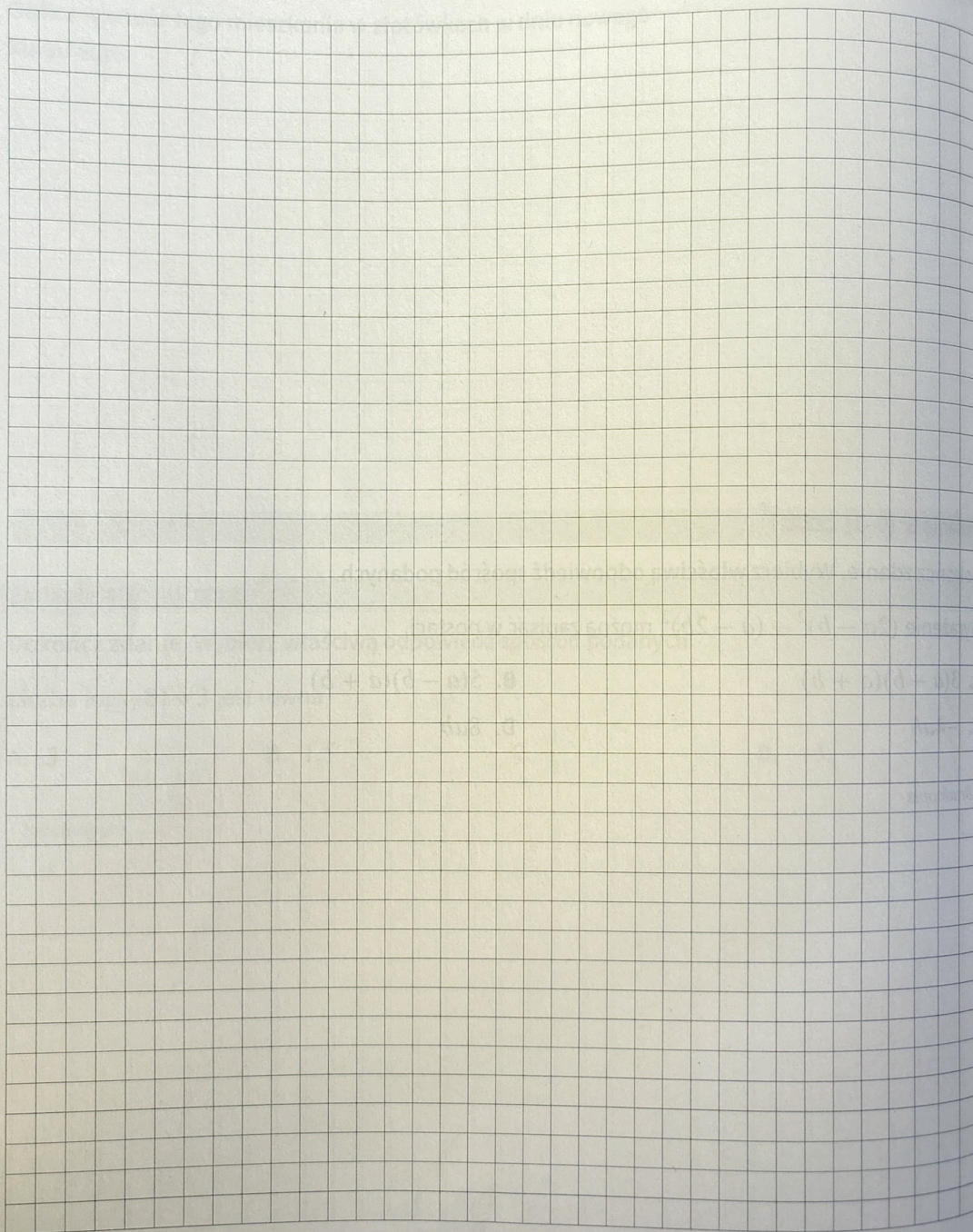
Zadanie 7 (0-3)

Dla dowolnej liczby rzeczywistej x funkcja f jest określona wzorem

$$f(x) = \left(3\sqrt{5}x - \frac{1}{3}\right)^2 - \left(2\sqrt{5}x - \frac{1}{2}\right)^2 - 25x^2 - \frac{1}{9}$$

Wykaż, że dla każdego argumentu $x \in \mathbb{R}$ spełnione jest równanie

$$32(f(x))^3 + 8(f(x))^2 = 4f(x) + 1$$



Zadanie 8 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $x^2(x-1)^2 - x(x^2-1) = 0$ jest równoważne równaniu

A. $x(x-1)^2 - (x^2-1) = 0$

B. $x(x-1) - (x+1) = 0$

C. $x(x-1)(x^2-2x-1) = 0$

D. $x(x-1)(x+1)^2 = 0$

Brudnopis

Zadanie 9 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Równanie $2(x-3) = -2(x-3)$

A. jest tożsamościowe.

B. ma jedno rozwiązanie: $x = 3$.

C. ma dwa rozwiązania: $x = -3$ i $x = 3$.

D. jest sprzeczne.

Brudnopis

Zadanie 11 (0-2)

Na rajd rowerowy zorganizowany przez miasto z okazji Dnia Ojca zostali zaproszeni ojcowie ze swoimi synami. Zapisano się razem 110 osób. Z powodów technicznych nie wystartował jeden ojciec ze swoimi czterema synami i wtedy okazało się, że w rajdzie bierze udział dwa razy więcej dzieci niż ojców.

Oblicz, ilu ojców brało udział w rajdzie.

Brudnopis

Zadanie 12

Funkcja kwadratowa f jest określona wzorem $f(x) = (x - 2)(2 - x)$.

Zadanie 12.1 (0-1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji f , należy do prostej

A. $x = -4$

B. $x = 0$

C. $x = 2$

D. $x = 4$

*Brudnopis***Zadanie 12.2 (0-2)**

Rozwiąż nierówność $f(x) \geq -4$.

Zadanie 13 (0-1)

Funkcja f jest określona wzorem $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ dla wszystkich liczb rzeczywistych x z przedziału $[-3; 9]$.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartością największą funkcji f jest liczba

A. -224

B. -32

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

Brudnopis

Zadanie 14 (0-1)

Dany jest wielomian $W(x) = 2x^3 - 3x^2 + kx - k + \sqrt{2}$, gdzie k jest pewną liczbą rzeczywistą. Liczba $\sqrt{2}$ jest pierwiastkiem wielomianu W .

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba k jest równa

A. $\sqrt{2} - 4$

B. $-3\sqrt{2} - 9$

C. -4

D. -2

Brudnopis