

Kinematyka.

1. Wektory.

- $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$ $\vec{u}_x$ - wektor składowy wzdłuż osi OX , $\vec{u}_y$ - wektor składowy wzdłuż osi OY , $\vec{u}$ - wektor w układzie współrzędnych.
 - $\vec{u} = [u_x, u_y]$ u_x - współrzędna x-owa wektora, u_y - współrzędna y-owa wektora.
 - $|\vec{u}| = u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$ - wartość wektora.
-

2. Pomiar wielokrotny.

- $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$ n - ilość pomiarów, $x_1, x_2, \dots, x_n$ - wyniki poszczególnych pomiarów, $\bar{x}$ - średnia arytmetyczna.
 - $\Delta x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$ Δx - niepewność maksymalna wartości średniej.
 - $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}[(x_1 - x_{sr})^2 + (x_2 - x_{sr})^2 + \dots + (x_n - x_{sr})^2]}$ $x_1, x_2, \dots, x_n$ - wyniki poszczególnych pomiarów, x_{sr} - średnia wszystkich wyników, n - liczba wyników, σ - niepewność standardowa wartości średniej.
 - $\frac{\Delta x}{\bar{x}}$ - niepewność względna.
-

3. Opis ruchu.

- $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ $\vec{r}_0$ - wektor położenia początkowego, $\vec{r}$ - wektor położenia końcowego lub w chwili t , $\Delta \vec{r}$ - wektor przemieszczenia.
-

4. Prędkość i szybkość.

- $v_{szs} = \frac{s}{\Delta t}$ s - droga $[m]$, Δt - przyrost (zmiana) czasu $[s]$, v_{szs} - szybkość średnia (średnia wartość prędkości).
- $\Delta t = t - t_0$ t_0 - chwila początkowa, t - chwila końcowa.
- $v = \frac{s}{\Delta t}$ $\Delta t \rightarrow 0$, v - szybkość chwilowa (szybkość).
- $\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ $\vec{v}_{sr}$ - prędkość średnia.
- $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ $\vec{v}$ - prędkość chwilowa, $\Delta t \rightarrow 0$.

5. Ruch jednostajny prostoliniowy.

- $s = |v| \cdot t$.
 - $\vec{v} = const$.
 - $x = v_x \cdot t + x_0$ równanie ruchu jednostajnego prostoliniowego.
-

6. Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny.

- $\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ $\vec{a}_{sr}$ - przyspieszenie średnie $[\frac{m}{s^2}]$, $\Delta \vec{v}$ - przyrost prędkości $[\frac{m}{s}]$, Δt - zmiana (przyrost) czasu $[s]$.
 - $\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$ $\vec{v}_0$ - prędkość początkowa, $\vec{v}$ - prędkość końcowa lub w chwili t .
 - $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ $\vec{a}$ - przyspieszenie chwilowe, $\Delta t \rightarrow 0$.
 - $v = v_0 + a \cdot t$ - prędkość w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym.
 - $s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$ - droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym.
 - $v = v_0 - a \cdot t$ - prędkość w ruchu jednostajnie opóźnionym prostoliniowym.
 - $s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2$ - droga w ruchu jednostajnie opóźnionym prostoliniowym.
-

7. Spadek swobodny i rzut pionowy.

- $\vec{a} = \vec{g}, g \approx 10 \frac{m}{s^2}$.
 - $t = \frac{v - v_0}{a}$ - czas w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym.
 - $s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$ - droga w ruchu jednostajnie przyspieszonym prostoliniowym.
 - $t = \frac{v_0 - v}{a}$ - czas w ruchu jednostajnie opóźnionym prostoliniowym.
 - $s = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}$ - droga w ruchu jednostajnie opóźnionym prostoliniowym.
-

8. Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym.

- $x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2}a_x \cdot t^2$ - równanie ruchu jednostajnie zmiennego, x_0, x - współrzędna x-owa położenia początkowego i końcowego $[m]$, t - czas $[s]$, a_x - współrzędna x-owa przyspieszenia $[\frac{m}{s^2}]$, v_{0x}, v_x - współrzędna x-owa prędkości początkowej i końcowej $[\frac{m}{s}]$.
- $v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$ - współrzędna x-owa prędkości.

9. Rzut poziomy.

- $v_x = v_{ox} = v_0 = \text{const.}$
- $x = v_0 \cdot t.$
- $v_y = -g \cdot t.$
- $y = h - \frac{1}{2}g \cdot t^2.$

10. Ruch po okręgu.

- $f = \frac{1}{T}; f = \frac{n}{T}; T = \frac{t}{n}$ f - częstotliwość [Hz], T - okres [s], n - ilość okrążeń, t - czas [s].
- $\omega_{sr} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ $\Delta\varphi$ - kąt zakreślony w czasie Δt , wyrażany w radianach [rad],
 ω_{sr} - wartość prędkości kątowej średniej/szybkość kątowa średnia [$\frac{rad}{s}$].
- $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ ω - wartość prędkości kątowej chwilowej lub wartość prędkości kątowej lub szybkość kątowa chwilowa lub szybkość kątowa, $\Delta t \rightarrow 0$.
- $\omega = \omega_{sr} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$ - prędkość kątowa średnia i chwilowa w ruchu jednostajnym po okręgu.
- $\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ ε - wartość przyspieszenia kątowego [$\frac{rad}{s^2}$], $\Delta\omega$ - wartość zmiany prędkości kątowej [$\frac{rad}{s}$], Δt - zmiana czasu.
- $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f = \omega \cdot r$ v - wartość prędkości liniowej.

11. Przyspieszenie dośrodkowe.

- $\left| \vec{a}_d \right| = a_d = \frac{v^2}{r} = \text{const.}$ v - wartość prędkości (chwilowej) [$\frac{m}{s}$], r - promień okręgu [m],
 a_d - wartość przyspieszenia dośrodkowego [$\frac{m}{s^2}$].

Ruch i siły.

1. Dodawanie sił i rozkładanie ich na składowe.

- $\vec{F}_w = \vec{F}_1 + \dots + \vec{F}_n$ $\vec{F}_w$ - siła wypadkowa, $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ - siły składowe [N],

- $\vec{F}_c = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $\vec{F}_c$ - siła ciężkości na równi pochyłej, $\vec{F}_1$ - siła składowa wzdłuż osi OX , $\vec{F}_2$ - siła składowa wzdłuż osi OY ,
- $F_1 = \sin \alpha \cdot m \cdot g$,
- $F_2 = \cos \alpha \cdot m \cdot g$.

2. Druga zasada dynamiki Newtona.

- $\vec{F}_w = m \cdot \vec{a}$ m - masa $[kg]$, $\vec{a}$ - przyspieszenie ciała $[\frac{m}{s^2}]$.

3. Siła tarcia.

- $T_{smx} = \mu_s \cdot N$ T_{smx} - maksymalna wartość tarcia statycznego $[N]$, μ_s - współczynnik tarcia statycznego, N - wartość siły nacisku $[N]$,
- $T_k = \mu_k \cdot N$ T_k - wartość tarcia kinetycznego, μ_k - współczynnik tarcia kinetycznego,
- N - wartość siły nacisku,
- $\mu_s = \tan \alpha$.

4. Siła dośrodkowa.

- $\vec{F}_d = m \cdot \vec{a}_d$ $\vec{a}_d$ - przyspieszenie dośrodkowe $[\frac{m}{s^2}]$, m - masa $[kg]$, $\vec{F}_d$ - siła dośrodkowa $[N]$.
- $F_d = \frac{m \cdot v^2}{r}$ F_d - wartość siły dośrodkowej, v - wartość prędkości, r - promień,
- $a_d = \frac{v^2}{r}$.

5. Siła bezwładności.

- $\vec{F}_b = -m \vec{a}_n$ $\vec{F}_b$ - siła bezwładności $[N]$, m - masa ciała, które znajduje się w nieinercyjnym układzie odniesienia $[kg]$, $\vec{a}_n$ - przyspieszenie nieinercyjnego układu odniesienia $[\frac{m}{s^2}]$,
- $F_{od} = \frac{m \cdot v^2}{r}$ F_{od} - wartość siły odśrodkowej $[N]$, m - masa ciała znajdującego się w nieinercyjnym układzie odniesienia $[kg]$, v - wartość prędkości nieinercyjnego układu odniesienia $[\frac{m}{s}]$, r - promień okręgu $[m]$.

Energia i pęd.

1. Praca i moc jako wielkości fizyczne.

- $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r}$; $W = F \cdot \Delta r \cdot \cos \alpha$ W - praca [J], $\vec{F}$ - siła działająca na ciało [N], $\Delta \vec{r}$ - przemieszczenie ciała [m],
- $\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos(\angle(\vec{A}; \vec{B})) = A \cdot B \cdot \cos(\angle(\vec{A}; \vec{B}))$ - definicja iloczynu skalarnego,
- $P = \frac{W}{t}$ P - moc [W - wat], W - praca [J], t - czas [s].

2. Pojęcie energii. Energia potencjalna grawitacji.

- $W_{zw} = mgh$ W_{zw} - praca wykonana przez siłę zewnętrzną [J], m - masa ciała [kg], g - współczynnik grawitacji [$\frac{m}{s^2}$], h - wysokość [m],
- $\Delta E = W_{zw}$ - twierdzenie o pracy i energii, ΔE - zmiana całkowitej energii mechanicznej ciała lub układu [J],
- $E_{pc} = mgh$ m - masa [kg], h - wysokość, na jakiej znajduje się ciało [m], $g \approx 10 \frac{m}{s^2}$.

3. Energia kinetyczna.

- $E_k = \frac{1}{2} \cdot mv^2$ E_k - energia kinetyczna [J], m - masa [kg], v - wartość prędkości [$\frac{m}{s}$],
- $E = E_k + E_p$ E - całkowita energia mechaniczna [J], E_p - energia potencjalna ciężkości lub/i energia potencjalna sprężystości [J],
- $\eta = \frac{E_u}{E_{do}}$ η - "eta" sprawność urządzenia technicznego, E_u - energia użyteczna, uzyskana z urządzenia [J], E_{do} - energia dostarczona [J].

4. Energia potencjalna sprężystości.

- $\vec{F}_s = -k \cdot \Delta \vec{l}$ $\vec{F}_s$ - siła sprężystości [N], k - współczynnik sprężystości sprężyny [$\frac{N}{m}$],
 $\Delta \vec{l}$ - wektor określający zmianę długości sprężyny [m],
- $E_{ps} = \frac{1}{2} k x^2$ E_{ps} - energia potencjalna sprężystości [J].

5. Pęd.

- $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ m - masa ciała $[kg]$, $\vec{v}$ - prędkość ciała $[\frac{m}{s}]$, $\vec{p}$ - pęd ciała $[\frac{kg \cdot m}{s}]$,
- $\vec{P} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_n$ $\vec{P}$ - pęd układu ciał, $\vec{p}_1, \vec{p}_2, \dots, \vec{p}_n$ - pęd poszczególnych ciał,
- $m_2 \cdot \vec{v}_2 = -m_1 \cdot \vec{v}_1$ - zjawisko odrzutu $m_1 \cdot \vec{v}_1$ - masa i prędkość ciała 1
 $m_2 \cdot \vec{v}_2$ - masa i prędkość ciała 2. Bryła sztywna.

Bryła sztywna.

1. Ruch postępowy i obrotowy bryły sztywnej.

- $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} / \omega = 2\pi f / \omega = \frac{2\pi}{T}$ ω - szybkość kątowa (wartość prędkości kątowej) $[\frac{rad}{s}]$,
 $\Delta\varphi$ - zmiana kąta zakreślonego przez ciało $[rad]$, Δt - zmiana czasu $[s]$, f - częstotliwość $[Hz]$,
 T - okres $[s]$,
- $\vec{\varepsilon} = \frac{\Delta\vec{\omega}}{\Delta t}$ $\vec{\varepsilon}$ - przyspieszenie kątowe, $\Delta\vec{\omega}$ - zmiana szybkości kątowej,
- $\vec{r}_{SM} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2 + \dots + m_n \vec{r}_n}{m_1 + m_2 + \dots + m_n}$ $\vec{r}_{SM}$ - wektor położenia środka masy, $m_1, m_2, \dots, m_n$ - masy punktów materialnych, z których zbudowana jest bryła sztywna, $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_n$ - wektory ich położenia.

2. Moment siły.

- $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$; $|\vec{c}| = c = a \cdot b \cdot \sin \alpha$ - definicja iloczynu wektorowego
 α - mniejszy kąt pomiędzy $\vec{b} \wedge \vec{a}$ ($\angle(\vec{a}; \vec{b})$),
- $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$; $|\vec{M}| = M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$ $\vec{r}$ - wektor położenia $[m]$, $\vec{F}$ - siła $[N]$, $\vec{M}$ - moment siły $[N \cdot m]$, α - mniejszy kąt pomiędzy $\vec{r} \wedge \vec{F}$ ($\angle(\vec{r}; \vec{F})$).

3. Energia kinetyczna w ruchu obrotowym.

- $E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$ E_k - energia kinetyczna bryły sztywnej w ruchu złożonym $[J]$, m - masa bryły sztywnej $[kg]$, v - wartość prędkości liniowej środka masy bryły sztywnej $[\frac{m}{s}]$, I - moment bezwładności bryły sztywnej względem osi przechodzącej przez środek masy, ω - wartość prędkości kątowej (szybkość kątowa) $[\frac{rad}{s}]$.

4. Druga zasada dynamiki w ruchu obrotowym.

- $\vec{a} = \frac{\vec{F}_w}{m}$ - druga zasada dynamiki w ruchu postępowym,
- $\vec{\epsilon} = \frac{\vec{M}_w}{I}$ - druga zasada dynamiki ruchu obrotowym.

5. Moment pędu.

- $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v} = m \cdot \vec{r} \times \vec{v}$ $\vec{r}$ - położenie [m], $\vec{p}$ - pęd punktu materialnego [$\frac{kg \cdot m}{s}$], m - masa punktu materialnego [kg], $\vec{v}$ - prędkość punktu materialnego [$\frac{m}{s}$], $\vec{L}$ - moment pędu punktu materialnego względem punktu O [$\frac{kg \cdot m^2}{s}$],
- $L = I\omega$ - moment pędu bryły sztywnej.

Ruch drgający.

1. Badanie ruchu drgającego.

- $f = \frac{1}{T} = \frac{n}{t}$ f - częstotliwość drgań [Hz], T - okres drgań [s], t - czas [s], n - ilość drgań,
- $\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$ ω - częstość kołowa lub kątowna [$\frac{rad}{s}$],
- $\varphi = \omega t + \varphi_0$ φ - faza ruchu harmonicznego, φ_0 - faza początkowa.

2. Drgania harmoniczne.

- $x = A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ - współrzędna x-owa położenia (położenie lub wychylenie),
- $v_x = \omega \cdot A \cdot \cos(\omega t + \varphi_0)$ - współrzędna x-owa prędkości,
- $a_x = -\omega^2 \cdot A \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$ - współrzędna x-owa przyspieszenia,
- $F_x = -m \cdot \omega^2 \cdot x$ - współrzędna x-owa siły wypadkowej,
- A - amplituda [m], t - czas [s], ω - częstość kołowa/kątowna [$\frac{rad}{s}$], φ_0 - faza początkowa (przesunięcie fazowe), $(\omega t + \varphi_0)$ - faza ruchu harmonicznego [rad].

3. Oscylatory harmoniczne.

Odważnik na sprężynie		Wahadło matematyczne
Drgania poziome	Drgania pionowe	
$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$	$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$
$E_{pc} = 0$ $E_{ps} = \frac{1}{2}k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)$	$E_p = E_{ps} + E_{pc} = \frac{1}{2}k \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)$	$E_{pc} = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg}{l} \cdot A^2 \cdot \sin^2(\omega t + \varphi_0)$ $E_{ps} = 0$
$E_k = \frac{1}{2}k \cdot A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)$	$E_K = \frac{1}{2}k A^2 \cdot \cos^2(\omega t + \varphi_0)$	$E_k = \frac{1}{2}m \cdot \frac{g}{l} \cdot A^2 \cos^2(\omega t + \varphi_0)$
$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}k A^2 = const$	$E = E_p + E_k = \frac{1}{2}k A^2 = const$	$E = E_k + E_p = \frac{1}{2} \frac{mg}{l} A^2 = const$

- $k_c = k_1 + k_2$ k_c - współczynnik sprężystości całego układu dla sprężyn zamocowanych na odważnikach,
- $\frac{1}{k_c} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ $\frac{1}{k_c}$ - współczynnik sprężystości całego układu, gdy jedna ze sprężyn jest zamocowana do odważnika, a druga do pierwszej sprężyny.