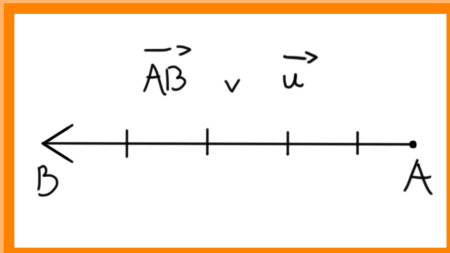


Kinematyka.

1. Wektory.

Wektor ($\overrightarrow{AB}$ lub $\vec{u}$) - uporządkowana para punktów (A, B).



- **Punkt przyłożenia** - początek wektora.
- **Wartość** - długość wektora.
- **Kierunek** - prosta, na której wektor leży lub prosta równoległa do tego wektora.
- **Zwrot** - określony jest przez grot strzałki.

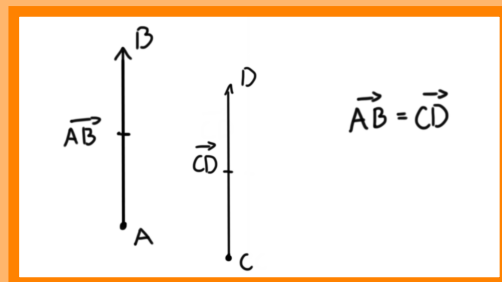
Uwaga! Wektor podany na rysunku ma kierunek poziomy, zwrot w lewo, a jego wartość wynosi $5j$ (jednostek).

$$|\overrightarrow{AB}| = AB = |\vec{u}| = u = 5j$$

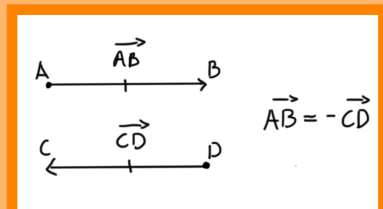
Wektor a wartość wektora.

Wektor	Wartość wektora
Siła: $\vec{F}$	Wartość siły: $ \vec{F} ; F$
Prędkość: $\vec{v}$	Wartość prędkości: $ \vec{v} ; v$

Wektory równe - mają te same wartości, kierunki, zwroty i dowolne punkty przyłożenia.

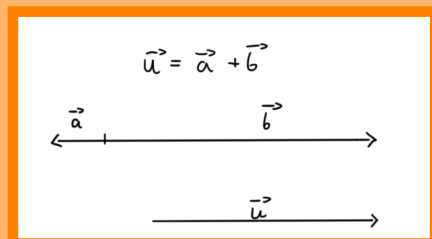
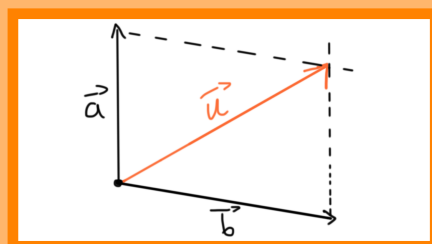


Wektory przeciwne - mają te same wartości, kierunki, ale przeciwne zwroty i dowolne punkty przyłożenia.



Składanie wektorów:

- **o różnych kierunkach.** Korzystamy z zasady równoległoboku.
- **o tych samych kierunkach.** W przypadku przeciwnych zwrotów wartości odejmujemy, natomiast gdy wektory mają ten sam zwrot, wartości dodajemy.



Wektor w układzie współrzędnych.

1. $\vec{u} = \vec{u}_x + \vec{u}_y$, gdzie:

$\vec{u}_x$ - wektor składowy wzdłuż osi OX .

$\vec{u}_y$ - wektor składowy wzdłuż osi OY .

2. **Współrzędne wektora.**

$\vec{u} = [u_x, u_y]$, gdzie:

u_x - współrzędna x-owa wektora

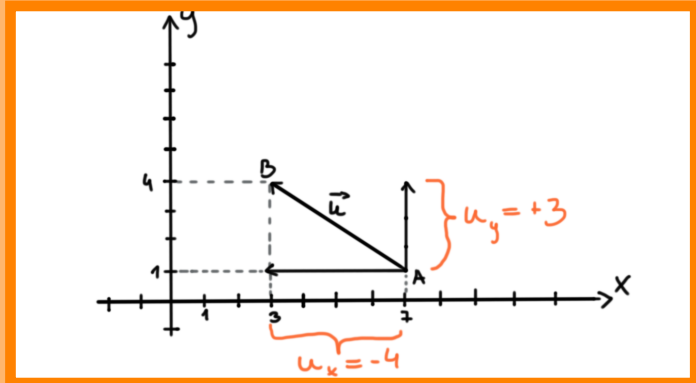
u_y - współrzędna y-owa wektora

Zgodnie z rysunkiem współrzędne wektora to: $\vec{u} = [-4; 3]$.

3. **Wartość wektora.**

$$|\vec{u}| = u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

Zgodnie z rysunkiem wartość wektora to: $|\vec{u}| = u = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = 5$.



2. Pomiary w fizyce i wzorce pomiarowe oraz wstęp do analizy danych pomiarowych.

Międzynarodowy Układ Jednostek Miar (układ SI):

- **czas** - mierzymy w sekundach (s),
- **długość** - mierzymy w metrach (m),
- **masa** - mierzymy w kilogramach (kg),
- **natężenie prądu** - mierzymy w amperach (A),
- **ilość materii** - mierzymy w molach (mol),
- **temperatura** - mierzymy w kelwinach (K),
- **światłość** - mierzymy w kandelach (cd).

Pamiętaj! Każdy pomiar obarczony jest niepewnością pomiarową (błędem).

Pomiar jednokrotny.

Gdy chcemy zmierzyć ołówek przy użyciu linijki jesteśmy w stanie określić długość ołówka z dokładnością 1 mm. Więc jeżeli otrzymaliśmy wynik 18,6 cm, to wraz z niepewnością pomiarową zapiszemy go w postaci:

$$l = 18,6\text{cm} \pm 0,1\text{cm}$$

Pomiar wielokrotny.

1. **Błąd grubo** - błąd osoby, która wykonuje pomiar. Taki wynik pomiaru musimy odrzucić.
2. **Błąd systematyczny** - wynika ze złej metody pomiarowej lub złego ustawienia przyrządów pomiarowych np. błąd paralaksy.
3. **Histogram** - wykres słupkowy, na którym możemy przedstawić nasze pomiary.
4. **Średnia arytmetyczna ($\bar{x}$):** $\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$, gdzie:

n - ilość pomiarów, $x_1, x_2, \dots, x_n$ - wyniki poszczególnych pomiarów.

5. **Niepewność maksymalna wartości średniej (Δx):** $\Delta X = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$, wynik

zapiszemy: $\bar{x} \pm \Delta x$.

6. **Niepewność standardowa wartości średniej** - naukowy sposób, a zarazem zamiennik na wzór na niepewność maksymalną wartości średniej.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}[(x_1 - x_{sr})^2 + (x_2 - x_{sr})^2 + \dots + (x_n - x_{sr})^2]}, \text{ gdzie:}$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ - wyniki poszczególnych pomiarów, x_{sr} - średnia wszystkich wyników,

n - liczba wyników.

7. **Niepewność względna:** $\frac{\Delta x}{\bar{x}}$, gdzie Δx - niepewność pomiarowa bezwzględna, $\bar{x}$ - średnia arytmetyczna lub wynik pojedynczego pomiaru.

3. Opis ruchu.

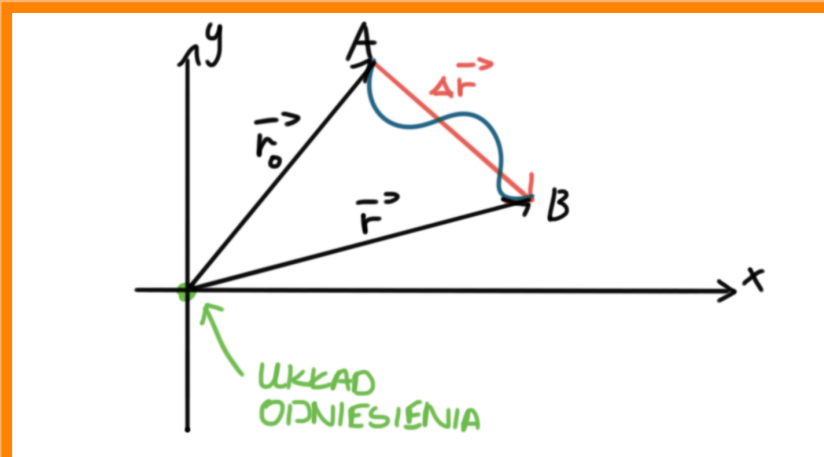
Układ odniesienia - punkt, w którym znajduje się obserwator.

Układ współrzędnych - oś OX , oś OY , czasami oś OZ .

Punkt materialny - punkt o masie ciała, które opisujemy. Objętość tego ciała jest zanedbywana.

Tor - linia, po której porusza się ciało (nie droga!).

Droga (s) - długość toru.



$\vec{r}_0$ - wektor położenia początkowego
 $\vec{r}$ - wektor położenia końcowego lub w chwili t .
A - start, B - meta.

1. **Wektor przemieszczenia** ($\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$) - wektor o początku w punkcie startu i końcu na mecie.
2. **Wartość przemieszczenia** ($\Delta r = |\Delta \vec{r}|$) - odległość od startu do mety w linii prostej.

Ruch - zmiana położenia ciała względem wybranego układu odniesienia.

Względność ruchu - względem jednego układu odniesienia ciało jest w ruchu, a względem innego może być w spoczynku.

4. Prędkość i szybkość.

Szybkość.

1. **Szybkość średnia (średnia wartość prędkości!).**

$v_{szs} = \frac{s}{\Delta t}$, gdzie s - droga [m], Δt - przyrost (zmiana) czasu [s].

$\Delta t = t - t_0$, gdzie t_0 - chwila początkowa, t - chwila końcowa

2. **Szybkość chwilowa (lub po prostu szybkość).**

$v = \frac{s}{\Delta t}$, gdzie $\Delta t \rightarrow 0$ (stosunek drogi do czasu, ale przedział czasu jest bardzo krótki)

Uwagi odnośnie szybkości i prędkości.

1. **Wartość prędkości chwilowej** (wartość prędkości) jest zawsze równa szybkości chwilowej (szybkości).
2. **Wartość prędkości średniej** nie musi być równa **szybkości średniej** (średniej wartości prędkości).
3. **Prędkość** (prędkość chwilowa) jest styczna do toru.

Prędkość.

1. **Prędkość średnia.**

$\vec{v}_{sr} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, czyli wektor przemieszczenia podzielony przez czas.

Uwaga!

Wartość prędkości średniej:

$$|\vec{v}_{sr}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \text{ lub } v_{sr} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

2. **Prędkość chwilowa (lub po prostu prędkość).**

$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$, gdzie $\Delta t \rightarrow 0$

Uwaga!

Wartość prędkości chwilowej (lub po prostu wartość prędkości):

$$|\vec{v}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t} \text{ lub } v = \frac{\Delta r}{\Delta t}, \text{ gdzie } \Delta t \rightarrow 0$$

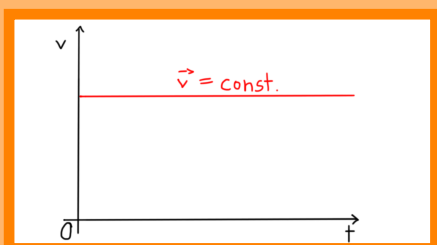
5. Ruch jednostajny prostoliniowy.

Definicja ruchu jednostajnie prostoliniowego:

- tor jest linią prostą,
- prędkość jest stała.

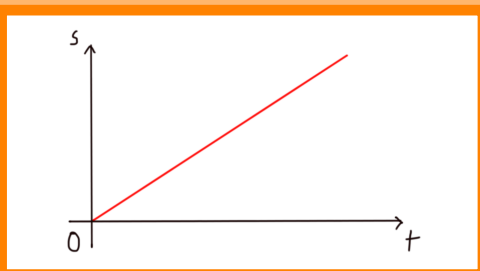
Uwaga!

W ruchu jednostajnym prostoliniowym prędkość ciała jest stała, więc prędkość średnia jest równa prędkości chwilowej (prędkości).



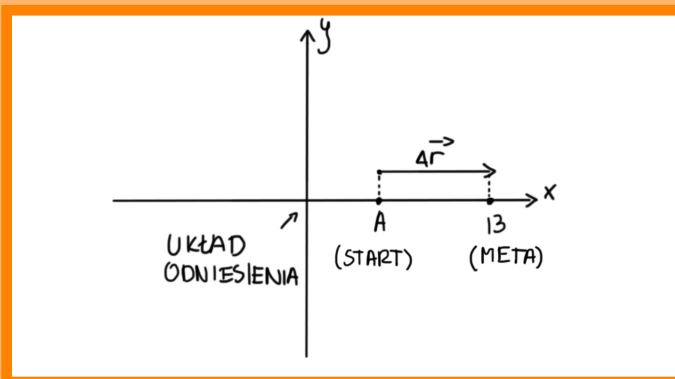
Droga w ruchu jednostajnie prostoliniowym.

Droga ta jest wprost proporcjonalna do czasu.



Zwrot prędkości nie ma wpływu na przebytą drogę. Należy tylko uwzględnić wartość bezwzględną prędkości.

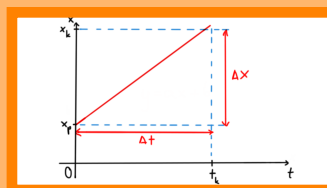
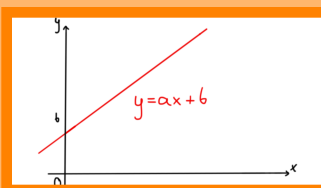
$$s = |v| \cdot t$$



tor - odcinek AB
droga - długość odcinka AB
w tej sytuacji $s = \Delta r$

Równanie ruchu jednostajnego prostoliniowego.

Porównujemy wykres zależności położenia od czasu $x(t)$ z wykresem funkcji liniowej:



Pewne ciało od chwili $t_p = 0$ do chwili $t_k = t$ przemieściło się z punktu $x_p = x_0$ do punktu $x_k = x$. Z definicji prędkości wiemy że:

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - 0} = \frac{x - x_0}{t}$$

Po przekształceniu otrzymujemy: $x = x_0 + v_x t$. Jest to równanie ruchu jednostajnie prostoliniowego. Zauważ, że jest to wzór funkcji liniowej, tylko użyte są inne litery.

$$\begin{aligned} x &= v_x \cdot t + x_0 \\ y &= a \cdot x + b \end{aligned}$$

Współczynnik kierunkowy. Wyraz wolny.

6. Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny.

Przyspieszenie średnie - jest to stosunek zmiany prędkości do czasu, w którym ta zmiana została wykonana.

$$\vec{a}_{sr} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \text{ gdzie}$$

$\vec{a}_{sr}$ - przyspieszenie średnie [$\frac{m}{s^2}$],

$\Delta \vec{v}$ - przyrost prędkości ($\Delta \vec{v} = \vec{v} - \vec{v}_0$, $\vec{v}$ - prędkość końcowa lub w chwili t , $\vec{v}_0$ - prędkość początkowa) [$\frac{m}{s}$]

Δt - zmiana (przyrost) czasu [s]

Przyspieszenie

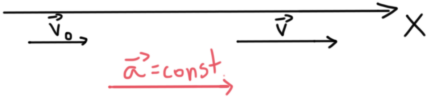
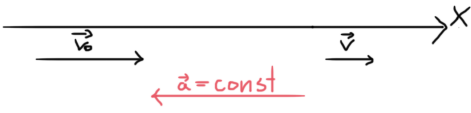
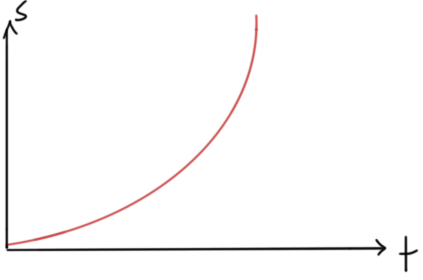
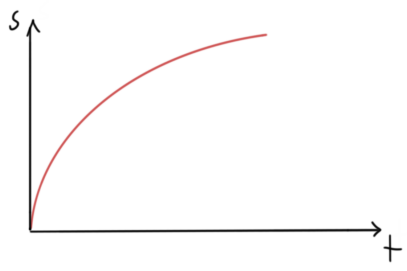
chwilowe (lub przyspieszenie) -

stosunek przyrostu prędkości do czasu, w którym ta zmiana nastąpiła, przedział czasu jest bardzo mały.

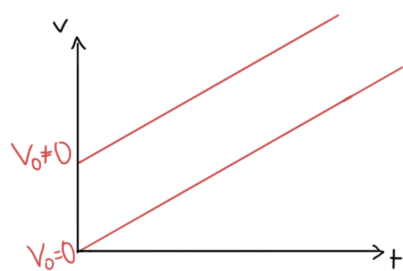
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}, \text{ gdzie}$$

$$\Delta t \rightarrow 0$$

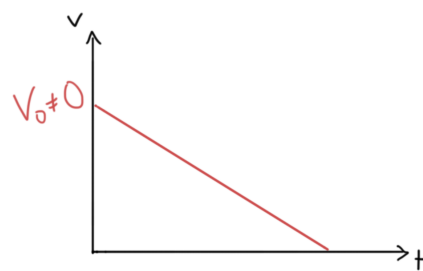
Ruch prostoliniowy jednostajnie zmienny.

Ruch jednostajnie przyspieszony prostoliniowy.	Ruch jednostajnie opóźniony prostoliniowy.
Ciało porusza się po linii prostej, przyspieszenie jest stałe i zwrócone zgodnie do prędkości.	Ciało porusza się po linii prostej, przyspieszenie (opóźnienie) jest stałe i zwrócone przeciwnie do prędkości.
	
$v = v_0 + a \cdot t; s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$	$v = v_0 - a \cdot t; s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2$
zał. $t_0 = 0$; t - czas [s]; s - droga [m]; a - wartość przyspieszenia/opóźnienia [$\frac{m}{s^2}$]; v_0 - wartość prędkości początkowej; v - wartość prędkości końcowej (lub w chwili t).	
Wykres drogi do czasu: 	Wykres drogi do czasu: 

Wykres wartości prędkości do czasu.



Wykres wartości prędkości do czasu.

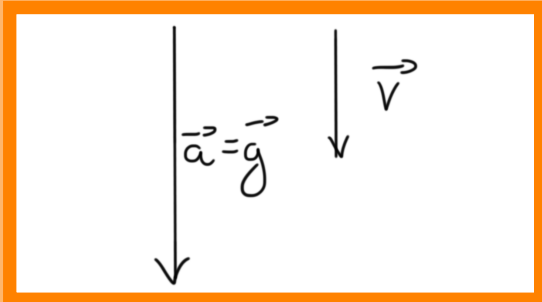


7. Spadek swobodny i rzut pionowy.

Spadek swobodny - jest to przykład ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego, przy którym prędkość początkowa wynosi 0. Podczas ruchu na ciało działa tylko siła ciężkości.

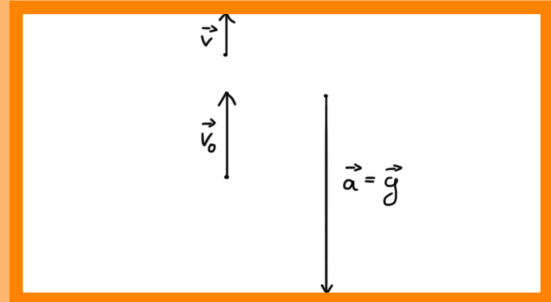
$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{g} \Rightarrow \vec{a} = \vec{g},$$

$$g \approx 10 \frac{m}{s^2}$$



Rzut pionowy - przykład ruchu jednostajnie opóźnionego prostoliniowego, przy którym prędkość początkowa zwrócona jest ku górze. Podczas ruchu na ciało działa tylko siła ciężkości.

$$\vec{a} = \vec{g}$$



Wzory dla ruchu jednostajnie przyspieszonego prostoliniowego:

$$1. \quad v = v_0 + a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}.$$

$$2. \quad s = v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

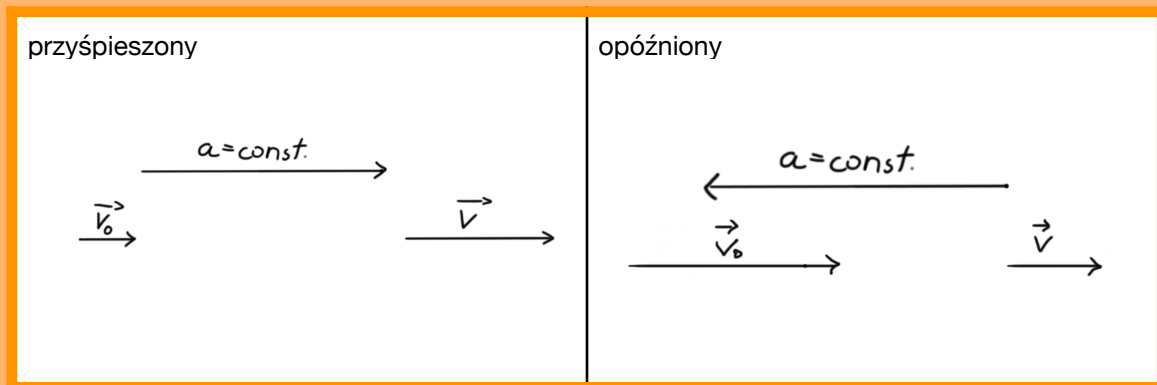
Wzory dla ruchu jednostajnie opóźnionego prostoliniowego:

$$1. \quad v = v_0 - a \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0 - v}{a}.$$

$$2. \quad s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow s = \frac{v_0^2 - v^2}{2a}.$$

8. Położenie w ruchu jednostajnie zmiennym.

Ruch jednostajnie zmienny prostoliniowy.



1. Równanie ruchu:

$$x = x_0 + v_{0x} \cdot t + \frac{1}{2} a_x \cdot t^2$$

2. Współrzędna x-owa prędkości (v_x):

$$v_x = v_{0x} + a_x \cdot t$$

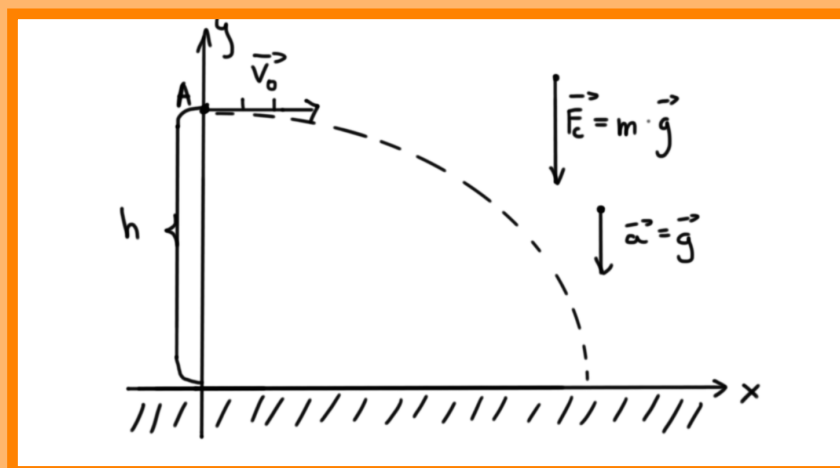
t - czas [s], x_0, x - współrzędna x-owa położenia początkowego i końcowego [m],
 a_x - współrzędna x-owa przyspieszenia [$\frac{m}{s^2}$], v_{0x}, v_x - współrzędna x-owa prędkości
początkowej i końcowej [$\frac{m}{s}$].

9. Rzut poziomy.

Rzut poziomy:

- prędkość początkowa ma kierunek poziomy,
- w czasie ruchu na ciało działa tylko siła ciężkości $\Rightarrow$ przyspieszenie ciała = przyspieszenie ziemskie,
- tor jest ramieniem paraboli.

Rysunek.



Uwaga!

- OX : brak sił $\Rightarrow$ brak przyspieszenia $\Rightarrow$ prędkość = const $\Rightarrow$ ruch jednostajny.

$$x = x_0 + v_x \cdot t; v_x = v_{x0} = \text{const}$$

- OY : $\vec{F}_c \Rightarrow \vec{a} = \vec{g} = \text{const} \Rightarrow$ prędkość zmienna $\Rightarrow$ ruch jednostajnie przyspieszony.

$$y = y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} a_y t^2; v_y = v_{0y} + a_y \cdot t$$

Z rysunku wynika:

$$x_0 = 0; y_0 = h$$

$$\vec{a} = [a_x, a_y] = [0, -g]; \vec{v}_0 = [v_{0x}, v_{0y}] = [v_0, 0].$$

Wzory.

- $x = v_0 \cdot t,$
- $v_x = v_{0x} = v_0 = \text{const},$
- $y = h - \frac{1}{2} g \cdot t^2,$
- $v_y = -g \cdot t.$

10. Ruch po okręgu.

Ruch jednostajny po okręgu.

- tor-okrąg,
- wartość prędkości jest stała, wektor prędkości nie jest stały, ponieważ zmienia się jego zwrot i kierunek.

Uwaga!

- $360^0 - 2\pi$ - dwa pi radianów,
- $180^0 - \pi$ - pi radianów.

1. $|\vec{v}_1| = v_1 = |\vec{v}_2| = v_2 = |\vec{v}| = v$

2. **Okres (T) ruchu po okręgu** - czas jednego pełnego okrążenia.

3. **Częstotliwość (f) ruchu po okręgu** - ilość okrążeń w ciągu jednej sekundy lub odwrotność okresu.

4. **Wzory dla związane z f i T :**

$$f = \frac{1}{T}; f = \frac{n}{T}; T = \frac{t}{n}, \text{ gdzie:}$$

f - częstotliwość [Hz], T - okres [s], n - ilość okrążeń, t - czas [s].

5. **Wartość prędkości kątowej średniej lub szybkość kątowa średnia (ω_{sr}):**

$$\omega_{sr} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \text{ gdzie } \Delta\varphi - \text{kąt zakreślony w czasie } \Delta t, \text{ wyrażany w radianach } [rad],$$

$$\omega_{sr} - \text{wartość prędkości kątowej średniej } \left[\frac{rad}{s}\right].$$

6. **Wartość prędkości kątowej chwilowej lub wartość prędkości kątowej lub szybkość kątowa chwilowa lub szybkość kątowa:**

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \text{ gdzie } \Delta t \rightarrow 0.$$

Uwaga!

W ruchu jednostajnym po okręgu prędkość kątowa średnia jest równa prędkości kątowej chwilowej (prędkości kątowej).

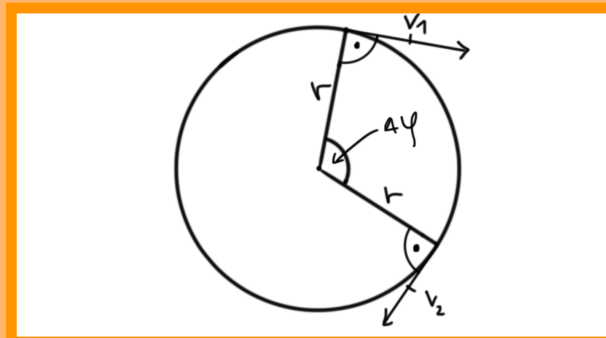
$$\omega = \omega_{sr} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot f$$

7. **Wartość przyspieszenia kątowego (ε):**

$$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}, \text{ gdzie } \varepsilon - \text{wartość przyspieszenia kątowego } \left[\frac{rad}{s^2}\right], \Delta\omega - \text{wartość zmiany prędkości kątowej } \left[\frac{rad}{s}\right], \Delta t - \text{zmiana czasu.}$$

8. **Wartość prędkości liniowej:**

$$v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \cdot f = \omega \cdot r$$



11. Przyspieszenie dośrodkowe.

Ruch jednostajny po okręgu.

1. Wartość prędkości jest stała:

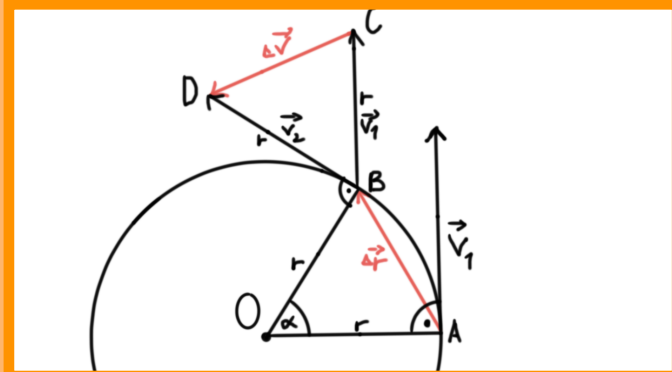
$$|\vec{v}_1| = v_1 = |\vec{v}_2| = v_2 = |\vec{v}| = v$$

2. $\triangle OAB$ i $\triangle BCD$ są podobne
($\triangle OAB \sim \triangle BCD$):

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta r}{r} \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta r \cdot v}{r},$$

$$a_{sr} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta r \cdot v}{\Delta t \cdot r},$$

jeżeli $\Delta t \rightarrow 0$ to $\frac{\Delta r}{\Delta t} = v$ więc $a = \frac{v^2}{r} = a_d$.



Podsumowując.

$$|\vec{v}| = v = const,$$

$$|\vec{a}_d| = a_d = \frac{v^2}{r} = const, \text{ gdzie}$$

v - wartość prędkości (chwilowej) $[\frac{m}{s}]$,

r - promień okręgu $[m]$,

a_d - wartość przyspieszenia dośrodkowego $[\frac{m}{s^2}]$

Uwaga!

W ruchu jednostajnym po okręgu występuje przyspieszenie dośrodkowe związane ze zmianą zwrotu i kierunku wektora prędkości. Wartość przyspieszenia dośrodkowego jest stała.

